

36625
[This question paper contains 32 printed pages.]

Your Roll No.....

Sr. No. of Question Paper : 3289

Unique Paper Code : 12271401

Name of the Paper : INTERMEDIATE
MICROECONOMICS - II

Name of the Course : BA (H) Eco. Core

Semester : IV

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. The question paper is divided into **two** sections.
3. Attempt **four** questions in all, selecting **two** from **Section A** and **two** from **Section B**.
4. Use of simple calculator is permitted.
5. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

P.T.O.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. प्रश्न पत्र दो खंडों में विभाजित है।
3. खंड A से दो और खंड B से दो का चयन करते हुए, कुल चार प्रश्नों को हल कीजिये।
4. साधारण कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।
5. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

SECTION A

1. (a) Suppose there are two consumers A and B who consume 2 goods X and Y in a pure exchange economy. Their utility functions are $U_A = 2X_A + Y_A$ and $U_B = X_B Y_B$ respectively. If the initial endowments of the two goods are $[(X_A = 2, Y_A = 10), (X_B = 8, Y_B = 10)]$

(i) Plot the initial endowment point in an Edgeworth box.

(ii) Derive the consumption contract curve and plot it.

- (iii) Find the competitive equilibrium allocation and price ratio.
- (iv) Verify if the competitive equilibrium allocation is fair or not. (9.5)
- (b) A housing developer wants to build houses on a piece of land located next to an airport. However, the noise pollution from the planes that land at the airport reduces the value of houses and hence the profits of the developer. If X denotes the number of planes that fly per day and Y be the number of houses the developer builds. The profit functions of the airport and the developer are as follows :

$$\pi_A = 56X - X^2$$

$$\pi_D = 70Y - Y^2 - XY$$

- (i) If no bargains can be struck between the airport and the developer and each can decide its own level of activity, how many planes (X^*) will fly to maximise the profits of the airport? Find the maximum profits?
- (ii) Given that X^* planes fly, how many houses will be built to maximise profits of the developer? Find the maximum profits of the house developer.

P.T.O.

(iii) Suppose that a local ordinance makes it illegal to land planes at the airport because they impose an externality on the developer. Find the optimum number of houses built and the profits made by the developer under such a rule.

(iv) Suppose there is no ban on planes landing at the airport. If a single firm buys the developer's land and the airport, how many planes will be flown and houses built to maximise joint profits? (9)

(अ) मान लीजिए कि दो उपभोक्ता A और B हैं जो शुद्ध विनिमय अर्थव्यवस्था में 2 वस्तुओं X और Y का उपभोग करते हैं। उनके उपयोगिता कार्य $U_A = 2X_A + Y_A$, और $U_B = X_B Y_B$ हैं। क्रमशः यदि दो वस्तुओं के प्रारंभिक बंदोबस्त हैं $[(X_A = 2, Y_A = 10) (X_B = 8, Y_B = 10)]$

(i) प्रारंभिक बंदोबस्ती बिंदु को एक एडजवर्थ बॉक्स में प्लॉट करें।

(ii) उपभोग अनुबंध वक्र व्युत्पन्न करें और इसे प्लॉट करें।

(iii) प्रतिस्पर्धी संतुलन आवंटन और मूल्य अनुपात का पता लगाएं।

(iv) क्या प्रतिस्पर्धी संतुलन आवंटन उचित है?

(ब) एक आवास विकासकर्ता एक हवाई अड्डे के बगल में स्थित भूमि के एक टुकड़े पर घर बनाना चाहता है। हालांकि, हवाई अड्डे पर उतरने वाले विमानों से ध्वनि प्रदूषण घरों के मूल्य को कम करता है और इसलिए डेवलपर के मुनाफे को कम करता है। यदि 5 प्रतिदिन उड़ान भरने वाले विमानों की संख्या को दर्शाता है और Y विकसित घरों की संख्या बताता है। हवाई अड्डे और डेवलपर के लाभ फलन इस प्रकार हैं:

$$\pi_A = 56X - X^2$$

$$\pi_D = 70Y - Y^2 - XY$$

(i) यदि हवाई अड्डे और डेवलपर के बीच कोई सौदेबाजी नहीं की जा सकती है और प्रत्येक अपनी गतिविधि के स्तर पर निर्णय ले सकता है, तो हवाई अड्डे के मुनाफे को अधिकतम करने के लिए कितने विमान (X^*) उड़ान भरेंगे? अधिकतम लाभ ज्ञात कीजिए?

P.T.O.

- (ii) यह देखते हुए कि X^* विमान उड़ते हैं, डेवलपर के लाभ को अधिकतम करने के लिए कितने घर बनाए जाएंगे? गृह विकासकर्ता का अधिकतम लाभ ज्ञात कीजिए।
- (iii) मान लीजिए कि एक स्थानीय अध्यादेश हवाई अड्डे पर विमानों को उतारना अवैध बनाता है क्योंकि वे डेवलपर पर बाहरीता लगाते हैं। इस तरह के एक नियम के तहत बनाए गए घरों की इष्टतम संख्या और डेवलपर द्वारा किए गए मुनाफे का पता लगाएं।
- (iv) मान लीजिए कि हवाई अड्डे पर विमानों के उतरने पर कोई प्रतिबंध नहीं है। यदि कोई एकल फर्म डेवलपर की जमीन और हवाई अड्डा खरीदती है, तो संयुक्त लाभ को अधिकतम करने के लिए कितने विमान उड़ाए जाएंगे और घर बनाए जाएंगे?

2. (a) The output of commodities X and Y, as a function of homogeneous inputs (L and K) is expressed in terms of the following production functions :

$$X = 2\sqrt{L_X K_X} \quad Y = 4L_Y^{1/3} K_Y^{2/3}$$

where L is labour-hours and K is capital-hours devoted in production of X and Y . Initial endowment of labour and capital (in hundreds of hours) are as follows:

$$(L_X = 50, K_X = 50); \quad (L_Y = 50, K_Y = 50)$$

- (i) Find the equation of the production contract curve for the commodities X and Y .
- (ii) Find the market equilibrium allocation of L and K used in production of X and Y , and the equilibrium price ratio (P_L/P_K).
- (iii) At the equilibrium level of production, find the ratio K/L (factor intensity) used in the production of X and Y .
- (iv) It is given that the production possibility frontier (PPF) corresponding to the production contract curve derived in part (i) above exhibits increasing rate of product transformation ($RPT_{x,y}$), i.e., the PPF is strictly concave to the origin. Identify the possible source of increasing $RPT_{x,y}$.

$$(3+5+2+2=12)$$

P.T.O.

(b) Moral hazard and adverse selection are problems of imperfect information in insurance markets. Distinguish between them with reference to the problems faced by companies offering health insurance policies. Also, in the same context, suggest a way of mitigating the problem of (i) moral hazard and (ii) adverse selection. (6.5)

(अ) सजातीय इनपुट (L और K) के एक फलन के रूप में वस्तुओं X और Y का उत्पादन निम्नलिखित उत्पादन फलनों के संदर्भ में व्यक्त किया जाता है :

$$X = 2\sqrt{L_X K_X} \quad Y = 4L_Y^{1/3} K_Y^{2/3}$$

जहाँ, श्रम-घंटे है और K, X और Y के उत्पादन में समर्पित पूँजी-घंटे है। श्रम और पूँजी की प्रारम्भिक बंदोबस्ती (सैकड़ों घंटों में) इस प्रकार हैं :

$$(L_X = 50, K_X = 50); \quad (L_Y = 50, K_Y = 50)$$

(i) वस्तुओं X और Y के लिए उत्पादन अनुबंध वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए।

(ii) X और Y के उत्पादन में प्रयुक्त L, और K के बाजार संतुलन आवंटन और संतुलन मूल्य अनुपात (P_L/P_K) का पता लगाए।

(iii) उत्पादन के संतुलन स्तर पर, X और Y के उत्पादन में प्रयुक्त K/L (कारक तीव्रता) का अनुपात ज्ञात कीजिए।

(iv) यह दिया गया है कि उपरोक्त भाग (i) में व्युत्पन्न उत्पादन अनुबंध वक्र के अनुरूप उत्पादन संभावना सीमा (PPF) उत्पाद परिवर्तन की बढ़ती दर ($RPT_{x,y}$) को प्रदर्शित करती है, अर्थात्, PPF मूल रूप से मूल रूप से अवतल है। $RPT_{x,y}$ को बढ़ाने के संभावित स्रोत की पहचान करें।

(ब) नैतिक जोखिम और प्रतिकूल चयन बीमा बाजारों में अपूर्ण जानकारी की समस्याएं हैं। स्वास्थ्य बीमा पॉलिसियों की पेशकश करने वाली कंपनियों द्वारा सामना की जाने वाली समस्याओं के संदर्भ में उनके बीच अंतर करें। साथ ही इसी संदर्भ में (i) नैतिक संकट और (ii) प्रतिकूल चयन की समस्या को कम करने का उपाय सुझाएं।

3. (a) An individual's inverse demand function for commodity X is given by: $P_x = 10 - Q_x$, where the per unit market price P_x captures his marginal willingness to pay for commodity X. Assume there are 10 individuals with the same demand curve.

P.T.O.

- (i) Find and plot the market demand curve for X if it is a private good.
- (ii) Find and plot the market demand curve for X if it is a public good. If the marginal cost of providing the public good X is Rs. 10, find the efficient quantity of public good provided.
- (iii) State the condition for Pareto efficient allocation of
 - (a) two private goods (X and Y) between two individuals (A and B), and
 - (b) one public good (G) and one private good (Y) between A and B. Compare the two conditions. $(2+4+3.5=9.5)$
- (b) In a market, two 'types' of sleeping mattresses are sold - those of high quality (H) and those of low quality (L). Buyers with limited information on quality are unable to identify one type from another unless they have purchased one and used it for some time. If quality was perfectly identifiable, buyers would be willing to pay Rs. 25,000 for an H type and Rs. 18,000 for an L

type of mattress. In the presence of asymmetric information, buyers are willing to pay an average price. Manufacturers of mattresses can also offer product warranty, which is relatively cheaper for the H type manufacturers. Suppose offering a product warranty entails net costs of Rs. 5,000 and Rs. 9,000 to H type and L type manufacturers respectively. The product warranty itself does not enhance quality of the mattress produced. It is merely used as a signal of quality.

- (i) Will offering a warranty serve as an effective signal for separating equilibrium in the market for mattresses? Explain.
- (ii) If the proportion of H-type mattresses in the market is η , ($0 < \eta < 1$), what values of η achieve a pooling equilibrium?

(9)

- (अ) क्मोडिटी X के लिए एक व्यक्ति का व्युक्रम मांग फलन पीएक्स = 10 - क्यूएक्स द्वारा दिया गया है: जहां प्रति दर बाजार मूल्य पीएक्स क्मोडिटी एक्स के लिए भुगतान करने की उसकी सीमांत इच्छा को पकड़ता है। मान लें कि समान मांग, वक्र वाले 10 व्यक्ति हैं।

P.T.O.

- (i) X के लिए बाजार मांग वक्र खोजें और प्लॉट करें यदि यह एक निजी वस्तु है।
- (ii) X के लिए बाजार मांग वक्र खोजें और प्लॉट करें यदि यह एक सार्वजनिक वस्तु है। यदि सार्वजनिक वस्तु X उपलब्ध कराने की सीमांत लागत रु. 10, प्रदान की गई सार्वजनिक वस्तुओं की कुशल मात्रा ज्ञात कीजिए।
- (iii) परेडो कुशल आवंटन के लिए शर्त बताएं
- (अ) दो व्यक्तियों (ए और बी) के बीच दो निजी सामान (एक्स और वाई), और
- (ब) A और B के बीच एक सार्वजनिक वस्तु (G) और एक निजी वस्तु (Y) दो शर्तों की तुलना करें।
- (ब) एक बाजार में, दो 'प्रकार' के सोने के गदे बेचे जाते हैं - उच्च गुणवत्ता वाले (H) और निम्न गुणवत्ता वाले (L)। गुणवत्ता के बारे में सीमित जानकारी वाले खरीदार एक प्रकार को दूसरे से तब तक पहचानने में असमर्थ होते हैं जब तक कि उन्होंने एक को खरीदा और कुछ समय के लिए इसका इस्तेमाल नहीं किया। यदि गुणवत्ता पूरी तरह से पहचानी जा

सकती है, तो खरीदार H प्रकार के लिए 25,000 रुपये और L प्रकार के गद्दे के लिए 8,000 रुपये का भुगतान करने को तैयार होंगे। असममित जानकारी की उपस्थिति में, खरीदार औसत कीमत चुकाने को तैयार हैं। गद्दे के निर्माता उत्पाद वारंटी भी दे सकते हैं, जो H प्रकार के निर्माताओं के लिए अपेक्षाकृत सस्ता है। मान लीजिए कि उत्पाद की वारंटी देने पर H टाइप और L टाइप के निर्माताओं को क्रमशः 5,000 रुपये और 9,000 रुपये की शुद्ध लागत आती है। उत्पाद वारंटी स्वयं उत्पादित गद्दे की गुणवत्ता में वृद्धि नहीं करती है। इसका उपयोग केवल गुणवत्ता के संकेत के रूप में किया जाता है।

(i) क्या वारंटी की पेशकश गद्दे के लिए बाजार में संतुलन को अलग करने के लिए एक प्रभावी संकेत के रूप में काम करेगी? समझाइये।

(ii) यदि बाजार में H-प्रकार के गद्दे का अनुपात η , $(0 < \eta < a)$ है, तो के कौन से मान पूलिंग संतुलन प्राप्त करते हैं?

4. (a) Consider a pure exchange economy consisting of 3 individuals A, B and C with identical endowments of 2 good X and Y, i.e., each has an endowment

P.T.O.

vector $(4, 10)$. Their utility functions are $U_a = X_a Y_a$,
 $U_b = X_b Y_b$ and $U_c = (X_c)^{1/2} + Y_c$.

- (i) Define a 'fair' allocation. Does the initial endowment of A, B and C represent a 'fair' allocation? Explain.
- (ii) Will perfectly competitive trading between A, B and C result in a 'fair' allocation? Explain. (4.5+2=6.5)
- (b) A perfectly competitive market exists for wheat. The inverse demand is $P = 200 - Q$ where P is the price of wheat and Q is the total quantity of wheat. The private total cost for the unregulated market is $C = 50 + 80Q + 0.5Q^2$. The production of wheat creates an externality where the total external cost is $EC = 0.5Q^2$.
- (i) Solve for the unregulated competitive equilibrium of wheat and the socially optimal level of wheat.
- (ii) Derive the Pigouvian tax (per unit of output of wheat) that results in the social optimum. (6)

(c) Suppose the production possibility curve (PPC) for commodities X and Y is given by $2X^2 + Y^2 = 1900$.

(i) If consumers always prefer consumption bundles in which $X = 3Y$, what will be the optimum production levels of X and Y?

(ii) What commodity price ratio (P_x/P_y) will result in the optimum level of production of X and Y? (6)

(अ) एक शुद्ध विनिमय अर्थव्यवस्था पर विचार करें जिसमें 2 वस्तु X और Y के समान बंदोबस्ती के साथ 3 व्यक्ति A, B और C शामिल हैं, यानी, प्रत्येक में एक बंदोबस्ती वेक्टर (4,10) है। उनके उपयोगिता कार्य $U_a = X_a Y_a$, $U_b = X_b Y_b$ और $U_c = (X_c)^{1/2} + Y_c$ हैं।

(i) एक 'निष्पक्ष' आवंटन को परिभाषित करें। क्या A, B और C की प्रारंभिक बंदोबस्ती एक 'निष्पक्ष' आवंटन का प्रतिनिधित्व करती है? समझाना।

(ii) क्या A, B और C के बीच पूरी तरह से प्रतिस्पर्धी व्यापार का परिणाम 'उचित' आवंटन होगा? समझाना।

P.T.O.

(ब) गेहूँ के लिए एक पूरी तरह से प्रतिस्पर्धी बाजार मौजूद है। व्युत्क्रम मांग $P = 200 - Q$ है जहाँ P गेहूँ की कीमत है और Q गेहूँ की कुल मात्रा है। अनियमित बाजार के लिए निजी कुल लागत $C = 50 + 80Q + 0.5Q^2$ है। गेहूँ का उत्पादन एक बाहरीता पैदा करता है जहाँ कुल बाहरी लागत $C = 0.5Q^2$ है।

(i) गेहूँ के अनियमित प्रतिस्पर्धी संतुलन और गेहूँ के सामाजिक रूप से इष्टतम स्तर के लिए हल करें।

(ii) पिगोवियन टैक्स दूधगेहूँ के उत्पादन की प्रति यूनिट पर को व्युत्पन्न करें जिसके परिणामस्वरूप सामाजिक इष्टतम होता है।

(स) मान लीजिए कि X और Y वस्तुओं के लिए उत्पादन संभावना वक्र (PPC) $2X^2 + Y^2 = 1900$ द्वारा दिया गया है।

(i) यदि उपभोक्ता हमेशा उपभोग बंडलों को पसंद करते हैं जिसमें $X = 3Y$ हो, तो X और Y का इष्टतम उत्पादन स्तर क्या होगा?

(ii) किस वस्तु मूल्य अनुपात (P_x/P_y) के परिणामस्वरूप X और Y के उत्पादन का इष्टतम स्तर प्राप्त होगा?

SECTION B

5. (a) Consider the following lobbying game between two firms. Each firm may lobby the government in hopes of persuading it to make a decision that is favourable to the firm. The two firms, F1 and F2, independently and simultaneously decide whether to lobby (L) or not (N). Lobbying entails a cost of 15. Not lobbying costs nothing. If both firms lobby or neither firm lobbies, then the government takes a neutral decision, which yields 10 to both firms. If firm F2 lobbies and F1 does not lobby, then the government makes a decision that favours firm F2, yielding zero to firm F1 and 30 to firm F2. Finally, if firm F1 lobbies and F2 does not, the government makes decision in favour of F1 which yields x to firm F1 and zero to firm F2. Assume that $x > 25$. The normal form of this game is:

		F2	
		L	N
F1	L	-5, -5	$x-15$, 0
	N	0, 15	10, 10

- (i) Determine the pure-strategy Nash equilibrium of this game.

P.T.O.

- (ii) Compute the mixed-strategy Nash equilibrium of this game.
 - (iii) Given the mixed-strategy Nash equilibrium computed in part (ii), what is the probability that the government makes a decision that favours firm F1?
 - (iv) As x rises, does the probability that the government makes a decision favouring firm F1 rise or fall? $(1+6+2+1=10)$
- (b) An electric utility company provides electricity to a small town. The demand for electricity is $p(q) = 10 - 0.1q$, and the company's costs are $C(q) = 1 + 0.5q$.
- (i) Does the electric utility company exhibit the properties to be a "natural monopoly"?
 - (ii) Find the unregulated monopolist's profit-maximizing price, output, and profit.
 - (iii) The government passes a law that requires utility to practice Marginal Cost pricing (i.e., $p = MC$). What is the regulated monopolist's output and profit?

(iv) What is the lump-sum subsidy that the regulator must provide the electric utility company to practice MC pricing without operating at a loss?

(v) Compute the consumer surplus from the pricing strategies in parts (ii) and (iii).

$$(1+3+2+1+2=9)$$

(अ) दो फर्मों के बीच निम्नलिखित लॉबींग गेम पर विचार करें। प्रत्येक फर्म सरकार को फर्म के अनुकूल निर्णय लेने के लिए राजी करने की उम्मीद में सरकार की पैरवी कर सकती है। दो फर्म, F1 और F2, स्वतंत्र रूप से और एक साथ तय करते हैं कि लॉबी (L) या नहीं (N)। लॉबींग में 15 की लागत आती है। लॉबींग की लागत कुछ भी नहीं है। यदि दोनों फर्म लॉबी करती हैं या कोई फर्म लॉबी नहीं करती है तो सरकार एक तटस्थ निर्णय लेती है, जो दोनों फर्मों को 10 प्रतिफल देती है। यदि फर्म F2 लॉबी और F1 लॉबी नहीं करती है, तो सरकार एक निर्णय लेती है जो फर्म F2 के पक्ष में है, फर्म F1 को शून्य और फर्म F2 को 30 प्रतिफल देता है। अंत में, यदि फर्म F1 लॉबी और F2 नहीं करती है, तो सरकार F1 के पक्ष में निर्णय लेती है जिससे फर्म F1 को x और फर्म F2 को शून्य प्रतिफल प्राप्त होता

P.T.O.

है। मान लें कि $x > 25$. इस खेल का सामान्य रूप है :

		F2	
		L	N
F1	L	-5, -5	$x-15, 0$
	N	0, 15	10, 10

- (i) इस खेल की शुद्ध-रणनीति नैश संतुलन का निर्धारण करें।
 - (ii) इस खेल की मिश्रित रणनीति नैश संतुलन की गणना करें।
 - (iii) भाग (ii) में गणना की गई मिश्रित-रणनीति नैश संतुलन को देखते हुए, सरकार द्वारा फर्म F1 के पक्ष में निर्णय लेने की क्या संभावना है?
 - (iv) जैसे-जैसे x बढ़ता है, क्या संभावना है कि सरकार फर्म F1 के पक्ष में निर्णय लेती-है या काम करती है?
- (ब) एक विद्युत उपयोगिता कंपनी एक छोटे से शहर को बिजली प्रदान करती है। बिजली की मांग $p(q) = 10 - 0.1q$ है, और कंपनी की लागत $C(q) = 1 + 0.5q$ है।
- (i) क्या इलेक्ट्रिक यूटिलिटी कंपनी गुणों को "प्राकृतिक एकाधिकार" के रूप में प्रदर्शित करती है?

- (ii) अनियमित एकाधिकार के लाभ-अधिकतम मूल्य, उत्पादन और लाभ का पता लगाएं।
- (iii) सरकार एक कानून पारित करती है जिसके लिए सीमांत लागत मूल्य निर्धारण ($p = MC$) का अभ्यास करने के लिए उपयोगिता की आवश्यकता होती है। विनियमित एकाधिकारी का उत्पादन और लाभ क्या है?
- (iv) एकमुश्त सब्सिडी क्या है जो नियामक को बिजली उपयोगिता कंपनी को नुकसान पर संचालन के बिना समी मूल्य निर्धारण का अभ्यास करने के लिए प्रदान करना चाहिए?
- (v) भाग (ii) और (iii) में मूल्य निर्धारण रणनीतियों से उपभोक्ता अधिशेष की गणना करें।

6. (a) The bicycle market is populated by two firms, Atlas cycles (A) and Hero cycles (H), facing total demand $p = 14 - q$, where p is the price and q denotes total quantity. On the costs side, firms are perfectly symmetric, with $TC_i = 2q_i$, $i = A, H$. (all monetary values are in thousands of rupees).

P.T.O.

- (i) Assume that firms simultaneously choose their outputs. Compute the market equilibrium (prices, quantities and profits of A and H).
- (ii) If A enters the market first, chooses its output and in the next time period, H enters the market and chooses its output. Compute the market equilibrium of this sequential game (prices, quantities and profits of A and H). (5+5=10)
- (b) Each of N people chooses whether or not to follow the protocol of wearing masks, washing hands and maintaining social distancing to avoid the spread of a viral infection. Following the protocols costs each a fixed amount ($= c > 0$). The protocols are effective in protecting people from the spread of the viral infection if and only if at least H people follow them, where $2 \leq H \leq N$; if the protocols are not effective, each faces a higher risk of catching the infection which gives each one a disutility ($= d > c > 0$). Each person ranks outcomes from best to worst as follows: (a) any

outcome in which the protocols are effective and she does not follow them; (b) any outcome in which the protocol is effective and she also followed them; (c) any outcome in which the protocols are not effective and she did not follow them; (d) any outcome in which the protocols are not effective and she followed them.

Find the pure strategy Nash equilibrium of this strategic game. Clearly explain how you establish that a profile is a Nash equilibrium profile. (9)

(अ) साइकिल बाजार दो फर्मों, एटलस साइकिल (A) और हीरो साइकिल (H) द्वारा आबाद है, कुल मांग $p = 14 - q$ का सामना करना पड़ रहा है, जहाँ p कीमत है और q कुल मात्रा को दर्शाता है। लागत पक्ष पर, फर्म पूरी तरह से सममित हैं, $TC_i = 2q_i$, $i = A, H$ (सभी मौद्रिक मूल्य हजारों रुपये में हैं)।

(i) मान लें कि फर्म एक साथ अपने आउटपुट का चयन करती हैं। बाजार संतुलन (कीमतों, मात्राओं और - और प्ल के मुनाफे) की गणना करें।

(ii) यदि A पहले बाजार में प्रवेश करता है, तो अपना आउटपुट चुनता है और अगली समयावधि में, H बाजार

P.T.O.

में प्रवेश करता है और अपना आउटपुट चुनता है। इस अनुक्रमिक खेल के बाजार संतुलन की गणना करें (कीमतें, मात्रा और A और H के लाभ)।

- (ब) प्रत्येक N व्यक्ति यह चुनता है कि वायरल संक्रमण के प्रसार से बचने के लिए मास्क पहनने, हाथ धोने और सामाजिक दूरी बनाए रखने के प्रोटोकॉल का पालन करना है या नहीं। प्रोटोकॉल का पालन करने पर प्रत्येक की एक निश्चित राशि खर्च होती है $(= c > 0)$ । प्रोटोकॉल लोगों को वायरल संक्रमण के प्रसार से बचाने में प्रभावी होते हैं यदि और केवल तभी जब कम से कम H लोग उनका पालन करते हैं, जहां $2 \leq H \leq N$ यदि प्रोटोकॉल प्रभावी नहीं है, तो प्रत्येक को संक्रमण को पकड़ने का एक उच्च जोखिम का सामना करना पड़ता है जो प्रत्येक को एक अक्षमता देता है $(= d > c > 0)$ । प्रत्येक व्यक्ति परिणामों को सर्वोत्तम से सबसे खराब श्रेणी में रखता है: (अ) कोई भी परिणाम जिसमें प्रोटोकॉल प्रभावी होते हैं और वह उनका पालन नहीं करती है; (ब) कोई भी परिणाम जिसमें प्रोटोकॉल प्रभावी है और उसने उनका पालन भी किया। (स) कोई भी परिणाम जिसमें प्रोटोकॉल प्रभावी नहीं है और उसने उनका पालन नहीं किया; (स) कोई भी परिणाम जिसमें प्रोटोकॉल प्रभावी नहीं है और उसने उनका पालन किया।

इस रणनीतिक खेल की शुद्ध रणनीति नैश संतुलन का पता लगाएं। स्पष्ट रूप से बताएं कि आप कैसे स्थापित करते हैं कि एक प्रोफाइल एक नैश संतुलन प्रोफाइल है।

7. (a) A firm sells goods in two markets, market 1 and market 2. The inverse demand in market 1 is $p_1 = 200 - q_1$, and the inverse demand in market 2 is $p_2 = 100 - 2q_2$. The marginal cost of production is constant and equal to Rs. 40.

- (i) If the firm behaves as a price taker (perfect competition), what would the equilibrium prices and quantities be in each market? What is the consumer, producer and total surplus?
- (ii) If the firm acts like a monopoly and charges different prices in each market, how much would it charge in the two markets? What is the consumer, producer and total surplus now?
- (iii) If the government does not let the monopolist charge different prices, what price will the monopolist charge? Find the consumer, producer and total surplus.

P.T.O.

- (iv) Compare the total surplus in parts (i), (ii) and (iii). (4+6+4+1=15)

(b) There are N people sitting in a room. Each one is asked to guess an integer between 1 and 100 and write it confidentially on a paper. The average of all the numbers written on the paper is taken and the person(s) whose guess is closest to $2/3$ of the average is/are the winner(s). Find the Nash equilibrium action profile of this game. How will your answer change if the winner(s) will be the player(s) whose guess is closest to 2 times the mean of the guesses? (4)

(अ) एक फर्म दो बाजारों, बाजार 1 और बाजार 2 में वस्तुएं बेचती है। बाजार 1 में व्युत्क्रम मांग $p_1 = 200 - q_1$ है, और बाजार 2 में व्युत्क्रम मांग $p_2 = 100 - 2q_2$ है। उत्पादन की सीमांत लागत स्थिर है और 40 रुपये के बराबर है।

- (i) यदि फर्म एक मूल्य ग्रहणकर्ता (पूर्ण प्रतियोगिता) के रूप में व्यवहार करती है, तो प्रत्येक बाजार में संतुलन मूल्य और मात्रा क्या होगी? उपभोक्ता, उत्पादक और कुल अधिशेष क्या है?

- (ii) यदि फर्म एकाधिकार की तरह कार्य करती है और प्रत्येक बाजार में अलग-अलग मूल्य वसूल करती है, तो वह दोनों बाजारों में कितना शुल्क लेगी? अब उपभोक्ता, उत्पादक और कुल अधिशेष क्या है?
- (iii) यदि सरकार इजारेदारों को अलग-अलग कीमत नहीं वसूलने देती तो इजारेदार किस कीमत पर वसूल करेगा? उपभोक्ता, उत्पादक और कुल अधिशेष ज्ञात कीजिए।
- (iv) भागों (i), (ii) और (iii) में कुल अधिशेष की तुलना करें।
- (ब) एक कमरे में N लोग बैठे हैं। प्रत्येक को 1 और 100 के बीच एक पूर्णांक का अनुमान लगाने के लिए कहा जाता है और इसे एक कागज पर गोपनीय रूप से लिखने के लिए कहा जाता है। कागज पर लिखी गई सभी संख्याओं का औसत लिया जाता है और जिस व्यक्ति का अनुमान औसत के $2/3$ के सबसे करीब होता है, वह विजेता होता है। इस खेल की नैश संतुलन क्रिया प्रोफाइल का पता लगाएं। आपका उत्तर कैसे बदलेगा यदि विजेता (खिलाड़ी) वह खिलाड़ी होगा जिसका अनुमान अनुमानों के माध्य से 2 गुना के करीब है?

8. (a) Consider Hotelling's model of a straight highway of length = 100 kilometres, where consumers are uniformly distributed along the highway. Suppose there are only two stores (S_1 , S_2) that sell water cans on this highway, located at a distance of 30 kms and 65 kms from the beginning of the highway. Each consumer has a transportation cost equal to $0.03d^2$, where d is the distance travelled to the nearest store.

- (i) Calculate the demand (as a function of prices P_1 , P_2) for the two stores.
- (ii) Assume that production costs are zero and that the stores aim at maximising revenue from sale of water cans. If the two stores compete in prices, find the prices charged at Nash equilibrium.
- (iii) Suppose a new government regulation restricts the stores from charging different prices for water cans. Instead, the store owners are given a chance to choose their locations on the highway simultaneously. If they choose the same location, they split the business evenly. Where will S_1 and S_2

locate at Nash equilibrium? Is the Nash equilibrium location choice of S_1 and S_2 socially optimum? Explain.

(iv) If a third store (S_3) also decides to locate on the same highway and the 3 store owners choose their locations on the highway simultaneously, find the Nash equilibrium of this game. $(3+6+4+1=14)$

(b) Suppose a shopping arcade has only 2 stores selling tablet PCs. One sells Lenovo tablet PCs at a price $= P_L$, while the other sells iBall tablet PCs at a price $= P_B$. Both tablets are produced at a marginal production costs of Rs. 10,000. For the consumers, both tablet PCs are perfect substitutes. Each store's set of actions is the set of possible prices P_i (nonnegative numbers). The low-price seller gets the entire market; if they charge the same price, they split the market.

(i) What is the Nash equilibrium of this price game? Explain.

(ii) Suppose both stores decide to include one more element in their set of actions :

P.T.O.

$P = 20,000$ or Free;

i.e., charge a price per tablet $PC =$ Rs. 20,000 and advertise that if the product is available cheaper at the other store, the customer can have it for free. Find the Nash equilibrium of this game. Explain.

(5)

- (अ) 100 किलोमीटर लम्बे सीधे राजमार्ग के होटलिंग के मॉडल पर विचार करें, जहां उपभोक्ताओं को राजमार्ग के साथ समान रूप से वितरित किया जाता है। मान लीजिए कि केवल दो स्टोर (S_1, S_2) हैं जो इस राजमार्ग पर पानी के डिब्बे बेचते हैं, जो राजमार्ग की शुरुआत से 30 किमी और 65 किमी की दूरी पर स्थित हैं। प्रत्येक उपभोक्ता की परिवहन लागत $0.03d^2$ के बराबर होती है, जहां d निकटतम स्टोर तक की गई दूरी है।
- (i) दो दुकानों के लिए मांग (कीमतों P_1, P_2 के एक फलन के रूप में) की गणना करें।
- (ii) मान लें कि उत्पादन लागत शून्य है और स्टोर का लक्ष्य पानी के डिब्बे की बिक्री से राजस्व को अधिकतम करना है। यदि दोनों स्टोर कीमतों में प्रतिस्पर्धा करते हैं, तो नैश संतुलन पर लगाए गए मूल्य ज्ञात करें।

- (iii) मान लीजिए कि एक नया सरकारी नियम दुकानों को पानी के डिब्बे के लिए अलग-अलग कीमत वसूलने से रोकता है। इसके बजाय, स्टोर मालिकों को एक साथ राजमार्ग पर अपने स्थान चुनने का मौका दिया जाता है। यदि वे एक ही स्थान चुनते हैं, तो वे व्यवसाय को समान रूप से विभाजित कर देते हैं। नैश संतुलन पर S1 और S2 कहाँ स्थित होंगे? क्या S1 और S2 का नैश संतुलन स्थान सामाजिक रूप से इष्टतम है? समझाइये।
- (iv) यदि कोई तीसरा स्टोर (S3) भी उसी हाईवे पर पता लगाने का निर्णय लेता है और 3 स्टोर मालिक एक साथ हाईवे पर अपना स्थान चुनते हैं, तो इस गेम का नैश संतुलन ज्ञात करें।
- (ब) मान लीजिए कि एक शॉपिंग आर्केड में टैबलेट-02 बेचने वाले केवल 2 स्टोर हैं। एक लेनोवो टैबलेट-PC को कीमत $= P_L$ पर बेचता है, जबकि दूसरा आईबॉल टैबलेट-PC को कीमत $= P_B$ पर बेचता है। दोनों टैबलेट का उत्पादन 10,000 रुपये की सामूली उत्पादन लागत पर किया जाता है। उपभोक्ताओं के लिए, दोनों टैबलेट PC सही विकल्प हैं। प्रत्येक स्टोर की क्रियाओं का सेट संभावित कीमतों का सेट है P_i (गैर-ऋणात्मक

संख्या)। कम कीमत वाले विक्रेता को पूरा बाजार मिलता है; अगर वे एक ही कीमत वसूलते हैं, तो वे बाजार को विभाजित कर देते हैं।

- (i) इस मूल्य खेल का नैश संतुलन क्या है? समझाना।
- (ii) मान लीजिए कि दोनों स्टोर अपने कार्यों के सेट में एक और तत्त्व शामिल करने का निर्णय लेते हैं:

$$P = 20,000 \text{ या निः शुल्क;}$$

यानी, प्रति टैबलेट PC की कीमत = ₹ 20,000 और विज्ञापन दें कि यदि उत्पाद दूसरे स्टोर पर सस्ता उपलब्ध है, तो ग्राहक इसे मुफ्त में प्राप्त कर सकता है। इस खेल का नैश संतुलन ज्ञात कीजिए और समझाइये।

[This question paper contains 16 printed pages.]

Your Roll No.....

Sr. No. of Question Paper : 3458

A

Unique Paper Code : 12271402

Name of the Paper : Intermediate Macroeconomics-II

Name of the Course : B.A. (Hons.) Economics

Semester : IV (LOCF) - Core

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Attempt **all** the questions. All the questions have **three** parts. Answer any **two** parts of each question.
3. All questions carry equal marks.
4. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

P.T.O.



छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए।
3. सभी प्रश्नों पर समान अंक हैं।
4. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

1. (a) (i) Suppose there is a one-time increase in the productivity of research represented by an increase in δ where δ represents the productivity of research. Explain in the context of the Romer model, what happens to growth rate and level of technology over time? (Explain with diagrams)

- (ii) Consider the level of per capita income along the balanced growth path given by the following equation -

$$y^*(t) = (s_K/n + g_A + d)^{\alpha/(1-\alpha)} (1-S_R) \delta s_R/g_A L(t)$$

The notations have their usual meanings as in the Romer model of endogenous growth.

Find the value of s_R that maximizes output per worker along the balanced growth path i.e., $y^*(t)$. What happens to the economy when it exceeds the value ? (3.5+4)

- (b) (i) In the context of the Solow model with no technical change, what is the saving rate that maximizes steady-state consumption per worker? (Assume that consumption is equal to output minus investment). What is the marginal product of capital in this steady-state?
- (ii) Examine in the context of the Solow model the short and long-run effects of a one-time permanent increase in the stock of labour. Assume that g (growth of technology) = 0 and n (population growth rate) > 0 . (4+3.5)
- (c) (i) Assume that the marginal cost for a monopolist is a constant i.e., c . The demand curve is linear and has the form $Q = a - bP$ (where a, b are positive constants), Q, P have their usual meanings and $a - bc > 0$. Find the profit maximizing equilibrium (both price and quantity), level of profits and consumer

P.T.O.

surplus if the good were priced at marginal cost.

- (ii) Classify the following goods as rivalrous and non-rivalrous and by the extent to which they are excludable - trade secret for Coca Cola, music from a compact disc, a lighthouse that guides ships. Explain the role of the market and the government in providing each of the goods in the previous question. (4.5+3)

- (अ) (i) मान लीजिए कि अनुसंधान की उत्पादकता में एक बार की वृद्धि हुई है, जो δ में वृद्धि द्वारा दर्शाया गया है जहां अनुसंधान की उत्पादकता का प्रतिनिधित्व करता है। रोमर मॉडल के संदर्भ में स्पष्ट कीजिए कि समय के साथ विकास दर और प्रौद्योगिकी के स्तर का क्या होता है? (आरेखों के साथ समझाएं)

- (ii) निम्नलिखित समीकरण द्वारा दिए गए संतुलित विकास पथ के साथ प्रति व्यक्ति आय के स्तर पर विचार करें -

$$y^*(t) = (s_K/n + g_A + d)^{\alpha/(1-\alpha)} (1-S_R) \delta s_R/g_A L(t)$$

अंतर्जात विकास के रोमर मॉडल के रूप में संकेतन का अपना सामान्य अर्थ है।

sR का मान ज्ञात कीजिए जो संतुलित विकास पथ के साथ प्रति कार्यकर्ता उत्पादन को अधिकतम करता है अर्थात्, $y^*(t)$ । मूल्य से अधिक होने पर अर्थव्यवस्था का क्या होता है?

- (ब) (i) बिना किसी तकनीकी परिवर्तन के सोलो मॉडल के संदर्भ में, प्रति-कर्मचारी स्थिर-राज्य स्वपत को अधिकतम करने वाली बचत दर क्या है? (मान लें कि स्वपत आउटपुट घटा निवेश के बराबर है)। इस स्थिर-अवस्था में पूँजी का सीमांत उत्पाद क्या है?
- (ii) सोलो मॉडल के संदर्भ में श्रम के स्टॉक में एक बार की स्थायी वृद्धि के अल्पकालिक और दीर्घकालिक प्रभावों का परीक्षण करें। मान लें कि जी (प्रौद्योगिकी की वृद्धि) = 0 और एन (जनसंख्या वृद्धि दर) > 0 ।
- (स) (i) मान लें कि एक एकाधिकार के लिए सीमांत लागत स्थिर है यानी सी। मांग वक्र रेखिक है और इसका रूप $Q = a - bP$ है (जहां a, b धनात्मक स्थिरांक हैं), Q, P के अपने सामान्य अर्थ हैं और $a - bc > 0$ । संतुलन को अधिकतम करने वाला लाभ (कीमत और मात्रा दोनों) ज्ञात कीजिए। लाभ का स्तर और उपभोक्ता अधिशेष यदि माल की कीमत सीमांत लागत पर थी।

P.T.O.

- (ii) निम्नलिखित वस्तुओं को प्रतिद्वंद्वी और गैर-प्रतिद्वंद्वी के रूप में वर्गीकृत करें और जिस हद तक वे बहिष्कृत हैं - कोका कोला के लिए व्यापार रहस्य, एक कॉम्पैक्ट डिस्क से संगीत, एक लाइटहाउस जो जहाजों का मार्गदर्शन करता है। पिछले प्रश्न में प्रत्येक वस्तु को उपलब्ध कराने में बाजार और सरकार की भूमिका की व्याख्या कीजिए।

2. (a) Explain why, following a monetary expansion, the exchange rate always overshoots its new long-run equilibrium value. (7.5)
- (b) Under the extended asset market approach to exchange rate determination, how does the increased risk of foreign bonds impact the value of the domestic currency relative to foreign currency (the initial impact)? How would this impact further affect the Expected Appreciation (EA) of the foreign currency (assuming that the expected exchange rate in the spot market remains unchanged) and the Risk Premium? (4+3.5)

- (c) (i) 'By running large deficits, the government can attract funds from abroad, which can then be used to stimulate private domestic investment. However, such action would be unwise, since the foreign countries are bound to respond unkindly to this beggar-thy-neighbour policy.' Is this true or false? Comment.

- (ii) What do you mean by stabilizing and destabilizing stabilization? (5+2.5)

- (अ) समझाएं कि क्यों, मौद्रिक विस्तार के बाद, विनिमय दर हमेशा अपने नए दीर्घकालिक संतुलन मूल्य से आगे निकल जाती है।
- (ब) विनिमय दर निर्धारण के लिए विस्तारित परिसंपत्ति बाजार दृष्टिकोण के तहत, विदेशी बांड का बढ़ा हुआ जोखिम विदेशी मुद्रा (प्रारंभिक प्रभाव) के सापेक्ष घरेलू मुद्रा के मूल्य को कैसे प्रभावित करता है? यह प्रभाव विदेशी मुद्रा की अपेक्षित प्रगति (ईए) को और कैसे प्रभावित करेगा (यह मानते हुए कि हाजिर बाजार में अपेक्षित विनिमय दर अपरिवर्तित रहती है) और जोखिम प्रीमियम?
- (स) (i) 'बड़े घाटे को चलाकर, सरकार विदेशों से धन आकर्षित कर सकती है, जिसका उपयोग निजी घरेलू निवेश को

प्रोत्साहित करने के लिए किया जा सकता है। हालाँकि, इस तरह की कार्रवाई नासमझी होगी, क्योंकि विदेशी देश इस भिखारी-तेरा-पड़ोसी नीति का निर्दयता से जवाब देने के लिए बाध्य हैं। क्या यह सच है या गलत? टिप्पणी।

(ii) स्थिरीकरण को स्थिर और अस्थिर करने से आपका क्या तात्पर्य है?

3. (a) Consider an economy where :

The official budget deficit is 4% of GDP.

Debt to GDP ratio is 100%

The nominal interest rate is 10%

The inflation rate is 7%

(i) What is primary deficit/surplus ratio to GDP?

(ii) What is inflation - adjusted deficit/surplus to GDP?

(iii) Suppose instead that output begins at its natural level and output growth remains constant at the normal rate of 2%. Will the debt-to-GDP ratio go up or down over time?

(iv) Explain cyclically adjusted deficit.

(2+2+2+1.5)

(b) Explain how each of the following would affect the demand for M1 and M2 :

(M1 represents currency and checkable deposits, M2 represents M1 plus money market, market accounts and short term time deposits)

(i) Banks reduce penalties on early withdrawal from time deposits.

(ii) The government forbids the use of money market funds for check writing purposes.

(iii) The government legislates a tax on all ATM transactions.

(iv) The government decides to impose a tax on all transactions involving any short term government securities

(1.5+2+2+2)

P.T.O.

(c) (i) "Wars typically bring about large budget deficits". Explain this statement.

(ii) Explain tax distortion as a cost of inflation.

(4+3.5)

(अ) एक ऐसी अर्थव्यवस्था पर विचार करें जहाँ :

आधिकारिक बजट घाटा सकल घरेलू उत्पाद का 4% है।

ऋण से जीडीपी अनुपात 100% है

नाममात्र व्याज दर 10% है

महंगाई दर 7%

(i) सकल घरेलू उत्पाद के लिए प्राथमिक घाटा/अधिशेष अनुपात क्या है

(ii) मुद्रास्फीति क्या है - सकल घरेलू उत्पाद में समायोजित घाटा/अधिशेष?

(iii) मान लीजिए कि इसके बजाय उत्पादन अपने प्राणिक स्तर पर शुरू होता है और उत्पादन वृद्धि 2% की सामान्य दर पर स्थिर रहती है। क्या 'डेट-टू-जीडीपी अनुपात समय के साथ ऊपर या नीचे जाएगा?

- (iv) चक्रीय रूप से समायोजित घाटे की व्याख्या करें।
- (ब) बताएं कि निम्नलिखित में से प्रत्येक एम 1 और एम 2 की मांग को कैसे प्रभावित करेगा :
- (M1 मुद्रा और चेक करने योग्य जमा का प्रतिनिधित्व करता है, M2 M1 प्लस मनी मार्केट अकाउंट्स और शॉर्ट टर्म टाइम डिपॉजिट का प्रतिनिधित्व करता है)
- (i) बैंक सावधि जमा से जल्दी निकासी पर दंड कम करते हैं।
- (ii) सरकार चेक लिखने के उद्देश्य से मनी मार्केट फंड के उपयोग पर रोक लगाती है।
- (iii) सरकार सभी एटीएम लेनदेन पर कर लगाती है।
- (iv) सरकार किसी भी अल्पकालिक सरकारी प्रतिभूतियों से जुड़े सभी लेनदेन पर कर लगाने का निर्णय लेती है।
- (स) (i) "युद्ध आम तौर पर बड़े बजट घाटे को लाते हैं" इस कथन की व्याख्या करें।

- (ii) मुद्रास्फीति की लागत के रूप में कर विकृति की व्याख्या कीजिए।

4. (a) (i) Distinguish between credit-driven bubbles and optimistic expectations driven bubbles.

- (ii) What are the various practices commercial banks use to solve asymmetric information problems? (3.5+4)

(b) (i) Distinguish between Friedman's and Phelps's versions of the fooling model?

- (ii) What is a macroeconomic externality? How do long-term agreements impose a macroeconomic externality on the economy? (4+3.5)

(c) (i) What are the common elements of the original and the New Keynesian approaches?

- (ii) Explain using the New Keynesian model why small nominal rigidities have large macroeconomic effects. (2.5+5)

(अ) (i) ऋण-चालित बुलबुले और आशावादी उम्मीदों से प्रेरित बुलबुले के बीच अंतर करें।

(ii) असममित सूचना समस्याओं को हल करने के लिए वाणिज्यिक बैंक किन विभिन्न प्रयासों का उपयोग करते हैं?

(ब) (i) फूलिंग मॉडल के फ्रीडमैन और फेल्ट्स के संस्करणों के बीच अंतर करें?

(ii) समष्टि आर्थिक बाहरीता क्या है? लंबी अवधि के समझौते अर्थव्यवस्था पर व्यापक आर्थिक बाहरीता कैसे लगाते हैं?

(स) (i) मूल और न्यू कीनेसियन दृष्टिकोण के सामान्य तत्व क्या हैं?

(ii) न्यू कीनेसियन मॉडल का उपयोग करते हुए स्पष्ट करें कि छोटी नाममात्र की कठोरता का व्यापक व्यापक आर्थिक प्रभाव क्यों होता है।

5. (a) (i) 'We see convergence among some sets of countries but a lack of convergence among

the countries as a whole' Show with the help of a diagram how the neo classical growth model explains this phenomena. What other predictions does this model make?

- (ii) Does this prediction of the neoclassical model explain the differences in growth rates across the countries of the world? Discuss.

(4.5+3)

- (b) (i) What are the determinants of expected profitability of investment?

- (ii) Explain the relationship between social infrastructure and each of the following – investment share of GDP, average years of schooling.

- (iii) What are the determinants of social infrastructure?

(3+3+1.5)

- (c) (i) If the positive interest rate differential in favour of a foreign monetary centre is 4% per year and the foreign currency is at a forward discount of 2% per year, roughly how

much would an interest arbitrageur earn from the purchase of foreign three-month treasury bills if she covered the foreign exchange risk?

(ii) Write a short note on 'Crawling Peg System'.

(4+3.5)

(अ) (i) 'हम देशों के कुछ समूहों के बीच अभिसरण देखते हैं लेकिन पूरे देशों में अभिसरण की कमी' एक आरेख की सहायता से दिखाएं कि नव-प्रतिष्ठित विकास मॉडल इस घटना की व्याख्या कैसे करता है। यह मण्डल और कथ्या भविष्यवाणियाँ करता है?

(ii) क्या नव-प्रतिष्ठित मॉडल की यह भविष्यवाणी दुनिया के देशों में विकास दर में अंतर की व्याख्या करती है? चर्चा करें।

(ब) (i) निवेश की अपेक्षित लाभप्रदता के निर्धारक क्या हैं?

(ii) सामाजिक बुनियादी ढांचे और निम्नलिखित में से प्रत्येक के बीच संबंध की व्याख्या करें - सकल घरेलू उत्पाद का निवेश हिस्सा, स्कूली शिक्षा के औसत वर्ष।

(iii) सामाजिक बुनियादी ढांचे के निर्धारक क्या हैं।

P.T.O.



(स) (i) यदि एक विदेशी मुद्रा केंद्र के पक्ष में सकारात्मक ब्याज दर अंतर प्रति वर्ष 4% है और विदेशी मुद्रा प्रति वर्ष 2% की छूट पर है, तो मोटे तौर पर एक ब्याज आर्बिट्रिज खरीद से कितना कमाएगा विदेशी तीन महीने के ट्रेजरी बिलों में से यदि उसने विदेशी मुद्रा जोखिम को कवर किया है?

(ii) 'क्रॉलिंग पेग सिस्टम' पर एक संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए।

[This question paper contains 40 printed pages.]

Your Roll No.....

Sr. No. of Question Paper : 3495

Unique Paper Code : 12271403

Name of the Paper : Introductory Econometrics

Name of the Course : CBCS Core

Semester : IV

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Answer any **Five** questions out of **Seven**.
3. **All** questions carry equal marks.
4. Use of simple non-programmable calculator is allowed. Statistical tables are attached for your reference. Numbers may be rounded off to two decimal places for all calculations.
5. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

P.T.O.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. सात में से किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
3. सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।
4. साधारण गैर-प्रोग्राम योग्य कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है। आपके संदर्भ के लिए सांख्यिकीय सारणियाँ संलग्न हैं। सभी गणनाओं के लिए दो दशमलव स्थानों पर संख्याओं को गोल किया जा सकता है।
5. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

1. State whether the following statements are True or False. Justify your answer.

- (i) In linear regression models, r^2 value is invariant to changes in the unit of measurement, as it is dimensionless.
- (ii) An addition of a variable in a regression model with 30 observations and 4 variables, would always lead to a rise in the R^2 and adjusted R^2 , given that the additional variable is statistically significantly different from zero at $\alpha=20\%$.
- (iii) In the regression involving standardized variables, the intercept term is always zero.
- (iv) The correlation coefficient between $U = 3X+2$ and $V = -4Y+5$ is the same as between X and Y .
- (v) In a multiple regression model $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i$, testing a joint restriction $H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$ is same as testing for $H_0: \beta_2 = 0$ and $H_0: \beta_3 = 0$.
(5×3=15)

1. बताएं कि निम्नलिखित कथन सही हैं या गलत। अपने जवाब का औचित्य साबित कीजिये।

- (i) रेखिक प्रतिगमन मॉडल में, R^2 मान माप इकाई में परिवर्तन के लिए अपरिवर्तनीय है, क्योंकि यह आयाम रहित है।
- (ii) 30 अवलोकनों और 4 चरों के साथ प्रतिगमन मॉडल में एक चर के अतिरिक्त, हमेशा R^2 और समायोजित R^2 में वृद्धि की ओर ले जाएगा, यह देखते हुए कि अतिरिक्त चर $\alpha = 20\%$ पर शून्य से सांख्यिकीय रूप से महत्वपूर्ण रूप से भिन्न है।
- (iii) मानकीकृत चर वाले प्रतिगमन में, अवरोधन शब्द हमेशा शून्य होता है।
- (iv) $U = 3X+2$ और $V = -4Y+5$ के बीच सहसंबंध गुणांक वही है जो X और Y के बीच है।
- (v) एकाधिक प्रतिगमन मॉडल $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i$ में, एक संयुक्त प्रतिबंध $H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$ का परीक्षण $H_0: \beta_2 = 0$ और $H_0: \beta_3 = 0$ के परीक्षण के समान है।

(5×3=15)

2. (a) Consider the model

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i$$

where,

Y_i is the long term consumption measured in Rs thousands

X_{2i} is the income measured in Rs thousands

X_{3i} is the age measured in years

- (i) How will the estimated intercept and slope coefficients change if the unit of measurement of income is changed to Rs lakhs.
- (ii) Suppose the researcher thinks that usually consumption increases with income but at a decreasing rate and consumption increases with age. How would he modify the model to see whether the data supports his hypothesis?
- (iii) Suppose the researcher wants to assess the relative importance of age and income on long term consumption, what model should he estimate? Explain.

(3+2+2)

(b) Let X_2 be the hours spent on Mathematics coaching during a week, X_3 be the time spent on studying other subjects and Y be the scores obtained in the mathematics final exam. The following summations for 23 students were obtained as below:

P.T.O.

$$\bar{X}_2 = 10, \bar{X}_3 = 5, \bar{Y} = 12 \quad n=23$$

$$\sum x_2^2 = 12, \sum x_2 x_3 = 8, \sum x_3^2 = 12, \sum x_2 y = 10, \sum x_3 y = 8, \sum y^2 = 10$$

x_2, x_3 and y are variables measured in deviation form.

- Estimate the following regression $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i$
- Estimate the standard errors of the slope coefficients.
- Obtain R^2 of the regression.
- Interpret the slope coefficients and comment on their statistical significance.

(2+3+1+2)

2. (क) मॉडल पर विचार कीजिये:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i$$

जहाँ पर,

Y_i हजारों रुपये में मापी गई लंबी अवधि की खपत है

X_{2i} हजारों रुपये में मापी गई आय है

X_{3i} वर्षों में मापी गई आय है

- यदि आय की माप की इकाई को लाख रुपये में बदल दिया जाए तो अनुमानित अवरोधन और ढलान गुणांक कैसे बदलेंगे।
- मान लीजिए कि शोधकर्ता सोचता है कि आम तौर पर आय के साथ खपत बढ़ती है लेकिन घटती दर पर और खपत उम्र के साथ बढ़ती है। वह यह देखने के लिए मॉडल को कैसे संशोधित करेगा कि डेटा उसकी परिकल्पना का समर्थन करता है या नहीं?
- मान लीजिए कि शोधकर्ता लंबी अवधि के उपभोग पर उम्र और आय के सापेक्ष महत्व का आकलन करना चाहता है, तो उसे किस मॉडल का अनुमान लगाना चाहिए? व्याख्या कीजिये।

(3+2+2)

(ख) मान लीजिये X_2 एक सप्ताह के दौरान गणित की कोचिंग पर बिताए गए घंटे हैं, X_3 अन्य विषयों के अध्ययन में बिताया गया समय है और Y गणित की अंतिम

परीक्षा में प्राप्त अंक हैं। 23 छात्रों के लिए निम्नलिखित सारांश निम्नानुसार प्राप्त किए गए थे:

$$\bar{X}_2 = 10, \bar{X}_3 = 5, \bar{Y} = 12, n=23$$

$$\sum x_2^2 = 12, \sum x_2 x_3 = 8, \sum x_3^2 = 12, \sum x_2 y = 10, \sum x_3 y = 8, \sum y^2 = 10$$

x_2 , x_3 और y विचलन रूप में मापे गए चर हैं।

- निम्नलिखित प्रतिगमन का अनुमान लगाएं $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i$
- ढलान गुणांक की मानक त्रुटियों का अनुमान लगाएं।
- प्रतिगमन के R^2 प्राप्त कीजिये।
- ढलान गुणांक की व्याख्या कीजिये और उनके सांख्यिकीय महत्व पर टिप्पणी कीजिये।

(2+3+1+2)

3. a) An individual is hired to determine the best location for the next branch of a famous family restaurant chain 'Foodies'. The individual decides to build a regression model to explain the gross sales volume at each of the restaurants in the chain as a function of various descriptors of the location of that branch. He considers the following regression (original):

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i &= 102,192 - 9075 N_i + 0.3547 P_i + 1.288 I_i \\ \text{se} &= \quad \quad (2053) \quad (0.0727) \quad (0.543) \\ n &= 22 \quad R^2 = 0.579 \quad \text{RSS} = 384.27 \end{aligned}$$

where Y = gross sales volume, N = the number of competitive restaurants nearby, P = the population nearby, and I = the average household income nearby.

- Interpret the slope coefficients of the regression and R^2 .
- Suppose we add another variable A to the regression above where A = address of the restaurant. Consider the modified regression given below:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i &= 98,125 - 8975 N_i + 0.360 P_i + 1.301 I_i + 58.07 A_i \\ \text{se} &= \quad \quad (2082) \quad (0.074) \quad (0.550) \quad (95.21) \\ n &= 22 \quad R^2 = 0.695 \end{aligned}$$

Do you think adding a new variable A has improved the fit of the equation? Why/Why not?

- Do you suspect a problem in part (ii) above? What is the problem and what could be the consequences of the problem? How will you correct for the problem?
- How do you conduct Ramsey RESET test to check for the likelihood of specification error in the model?

P.T.O.

(v) Suppose the average household income (I) is not measured correctly. What are the consequences of this on the properties of the OLS estimators? (2+2+3+3+2)

b) The following regression is run on 240 observations.

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \beta_4 X_{4i} + u_i$$

The residuals obtained have respective skewness and kurtosis values - 0.097 and 2.56.

On the basis of the given information, how would you test the Normality assumption of residuals. State the Null and Alternative hypotheses. Do you think that the test is valid if the regression is run on 10 observations? (2+1)

3. क) एक प्रसिद्ध पारिवारिक रेस्तरां शृंखला 'फूडीज़' की अगली शाखा के लिए सर्वोत्तम स्थान निर्धारित करने के लिए एक व्यक्ति को काम पर रखा जाता है। व्यक्ति उस शाखा के स्थान के विभिन्न विवरणों के कार्य के रूप में शृंखला के प्रत्येक रेस्तरां में सकल बिक्री की मात्रा की व्याख्या करने के लिए एक प्रतिगमन मॉडल बनाने का निर्णय लेता है। वह निम्नलिखित प्रतिगमन (मूल) पर विचार करता है:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i &= 102,192 - 9075 N_i + 0.3547 P_i + 1.288 I_i \\ \text{se} &= \quad \quad (2053) \quad (0.0727) \quad (0.543) \\ n &= 22 \quad R^2 = 0.579 \quad \text{RSS} = 384.27 \end{aligned}$$

जहाँ Y = सकल बिक्री की मात्रा, N = आस-पास के प्रतिस्पर्धी रेस्तरां की संख्या,

P = आस-पास की जनसंख्या, और I = आस-पास की औसत घरेलू आय।

- (i) प्रतिगमन और R^2 के ढलान गुणांक की व्याख्या कीजिये।
- (ii) मान लीजिए कि हम ऊपर के प्रतिगमन में एक और चर A जोड़ते हैं जहाँ A = रेस्तरां का पता। नीचे दिए गए संशोधित प्रतिगमन पर विचार कीजिये:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i &= 98,125 - 8975 N_i + 0.360 P_i + 1.301 I_i + 58.07 A_i \\ \text{se} &= \quad \quad (2082) \quad (0.074) \quad (0.550) \quad (95.21) \\ n &= 22 \quad R^2 = 0.695 \end{aligned}$$

क्या आपको लगता है कि एक नया चर A जोड़ने से समीकरण के फिट में सुधार हुआ है? क्यों, क्यों नहीं?

- (iii) क्या आपको उपरोक्त भाग (ii) में किसी समस्या का संदेह है? समस्या क्या है और समस्या के परिणाम क्या हो सकते हैं? आप समस्या को कैसे ठीक करेंगे?
- (iv) मॉडल में विनिर्देश त्रुटि की संभावना की जांच के लिए आप रैमसे रीसेट परीक्षण (Ramsey RESET Test) कैसे आयोजित करते हैं?
- (v) मान लीजिए कि औसत घरेलू आय (I) को सही ढंग से नहीं मापा जाता है। इसका OLS अनुमानकों के गुणों पर क्या प्रभाव पड़ता है? (2+2+3+3+2)

ख) निम्नलिखित समाश्रयण 240 प्रेक्षणों पर चलाया जाता है।

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \beta_4 X_{4i} + u_i$$

प्राप्त अवशेषों में संबंधित तिरछापन (skewness) और कर्टोसिस (kurtosis) मान -0.097 और 2.56 हैं। दी गई जानकारी के आधार पर, आप अवशिष्टों की सामान्यता धारणा का परीक्षण कैसे करेंगे। शून्य और वैकल्पिक परिकल्पनाओं का उल्लेख कीजिए। क्या आपको लगता है कि परीक्षण मान्य है यदि प्रतिगमन 10 अवलोकनों पर चलाया जाता है?

(2+1)

4. a) A regression equation includes a quantitative dependent variable (Y = wages), a quantitative independent variable (X =years of experience) and two qualitative variables; Gender and Education Level with two categories each; Male & Female; and Graduate & not a Graduate. Assume that the qualitative variables do not interact with each other.
- (i) Using intercept dummy variables, write the wage regression model if the impact of years of experience, gender and education level is to be analyzed on wages (use Female Graduate as the reference category). Write the estimated equation for Male Graduate category.
- (ii) How would answer in part (i) be changed if the Educational Level has three categories instead, namely; Graduate, Post-Graduate & Ph.D.
- (iii) Based on part (ii), write the wage equation for the two specific categories, (a) Female with Ph.D. (b) Male Post-Graduates.
- (iv) How would the model in part (ii) be modified if the objective is to examine whether the marginal effect of experience is gender-specific?
- (v) How would the regression in part (i) be modified if qualitative variables interact with each other?

(2+2 +2+2+2)

- b) A random sample of 200 vehicles traveling on rough roads with a posted speed limit of 35 mph on such roads resulted in a sample mean speed of 37.5 mph and a sample standard deviation of 8.6 mph, whereas another random sample of 200 vehicles with a posted speed limit of 55 mph resulted in a sample mean and sample standard deviation of 35.8 mph and 9.2 mph, respectively. carry out a test at 10% significance level to decide whether the two population distribution variances are identical.

(5)

4. क) प्रतिगमन समीकरण में एक मात्रात्मक आश्रित चर (Y = मजदूरी), एक मात्रात्मक स्वतंत्र चर (X =वर्ष का अनुभव) और दो गुणात्मक चर लिंग और शिक्षा स्तर शामिल हैं; प्रत्येक की दो श्रेणियाँ हैं; पुरुष अथवा महिला और ग्रेजुएट अथवा ग्रेजुएट नहीं। मान लीजिये कि दोनों गुणात्मक चर एक दुसरे को प्रभावित नहीं करते।

- (i) अवरोधन मूक चर (intercept dummy variables) का उपयोग करते हुए, मजदूरी का रिग्रेशन मॉडल लिखिए, यदि वेतन पर वर्ष के अनुभव, लिंग और शिक्षा स्तर के प्रभाव का

P.T.O.

विश्लेषण किया जाना है (संदर्भ श्रेणी के रूप में महिला स्नातक का उपयोग कीजिये)। पुरुष स्नातक श्रेणी के लिए अनुमानित समीकरण लिखिए।

(ii) यदि शैक्षिक स्तर में बजाय तीन श्रेणियाँ हैं, अर्थात् ग्रेजुएट, पोस्ट ग्रेजुएट अथवा पीएचडी तब भाग (i) में उत्तर कैसे बदलेगा?

(iii) भाग (ii) के आधार पर, दो विशिष्ट श्रेणियों के लिए वेतन समीकरण लिखिए, (क) पीएचडी के साथ महिला (ख) पुरुष स्नातकोत्तर।

(iv) यदि उद्देश्य यह जांचना है कि क्या अनुभव का सीमांत प्रभाव लिंग-विशिष्ट है, तो भाग (ii) में मॉडल को कैसे संशोधित किया जाएगा?

(v) यदि गुणात्मक चर एक दूसरे के साथ परस्पर क्रिया करते हैं, तो भाग (i) में प्रतिगमन को कैसे संशोधित किया जाएगा? (2+2+2+2+2)

ख) 200 वाहनों के एक यादृच्छिक नमूना जिसका 35 मील प्रति घंटे की गति सीमा के साथ उबड़-खाबड़ सड़कों पर यात्रा करने पर परिणामस्वरूप नमूना औसत गति 37.5 मील प्रति घंटे और नमूना मानक विचलन 8.6 मील प्रति घंटे पाया जाता है, जबकि 200 वाहनों का एक और यादृच्छिक नमूना है जिसका 55 मील प्रति घंटे की गति सीमा के परिणामस्वरूप क्रमशः नमूना माध्य 35.8 मील प्रति घंटे और नमूना मानक विचलन 9.2 मील प्रति घंटे पाया जाता है। 10% महत्व स्तर पर एक परीक्षण कीजिये कि दो जनसंख्या वितरण भिन्नताएं समान हैं या नहीं। (5)

5. Quarterly data on country XYZ was collected for the period 2005-2019 to estimate the relation between foreign direct investment (FDI), trade openness (TO), gross domestic product (GDP) and exchange rate (E). TO is defined as ratio of export plus imports to GDP and t = trend. Following regression was estimated:

$$FDI_t = -0.58 + 0.012 E_t - 0.025 TO_t + 0.006 GDP_t + 0.34 t$$

$$se = (0.097) \quad (0.013) \quad (0.004) \quad (0.015) \quad (0.09)$$

$$R^2 = 0.904 \quad d = 1.45$$

(i) Interpret the estimated slope coefficients. Do you suspect some problem with the above regression?

(ii) What is the nature of the problem? How do you know? Explain its consequences?

$\frac{FDI_t}{GDP_t} = \beta_0 + \beta_1 \frac{E_t}{GDP_t} + \beta_2 \frac{TO_t}{GDP_t} + \beta_3 \frac{t}{GDP_t} + u_t$. Will this transformation solve the problem mentioned in (ii) above? How? Can you compare R^2 of this model with the model above?

(iii) Suppose now the regression is estimated as given below:

$$FDI_t = -0.74 - 0.042 TO_t + 0.41t$$

$$se = (0.057) (0.019) (0.364)$$

$$R^2 = 0.896 \quad d=1.34$$

Test whether the regression specified above suffers from first order autocorrelation? Which test will you use and why? (Use $\alpha = 5\%$)

(iv) If the errors obtained from regression specified in (iii) above follows higher order autoregressive process then how would you test for serial correlation? Give the steps of the test in detail.

(v) With reference to the regression specified in part (iii). What will be the remedy for the problem of autocorrelation if it is detected? Explain.

(2+3+3+3+4)

5. देश XYZ पर 2005-2019 की अवधि के लिए त्रैमासिक डेटा प्रत्यक्ष विदेशी निवेश (FDI), व्यापार खुलापन (TO), सकल घरेलू उत्पाद (GDP) और विनिमय दर (E) के बीच संबंध का अनुमान लगाने के लिए एकत्र किया गया था। TO को निर्यात और आयात के अनुपात के रूप में परिभाषित किया गया है और t = प्रवृत्ति। निम्नलिखित प्रतिगमन का अनुमान लगाया गया था:

$$FDI_t = -0.58 + 0.012 E_t - 0.025 TO_t + 0.006 GDP_t + 0.34t$$

$$se = (0.097) (0.013) (0.004) (0.015) (0.09)$$

$$R^2 = 0.904 \quad d=1.45$$

(i) अनुमानित ढलान गुणांक की व्याख्या कीजिये। क्या आपको उपरोक्त प्रतिगमन के साथ कुछ समस्या का संदेह है?

(ii) समस्या की प्रकृति क्या है? आपको कैसे मालूम? इसके दुष्परिणाम बताएं?

$\frac{FDI_t}{GDP_t} = \beta_0 + \beta_1 \frac{E_t}{GDP_t} + \beta_2 \frac{TO_t}{GDP_t} + \beta_3 \frac{t}{GDP_t} + u_t$ क्या यह परिवर्तन उपरोक्त (ii) में उल्लिखित समस्या का समाधान करेगा? कैसे? क्या आप इस मॉडल के R^2 की तुलना उपरोक्त मॉडल से कर सकते हैं?

(iii) मान लीजिए कि अब प्रतिगमन का अनुमान नीचे दिया गया है:

$$FDI_t = -0.74 - 0.042 TO_t + 0.41t$$

$$se = (0.057) (0.019) (0.364)$$

$$R^2 = 0.896 \quad d=1.34$$

P.T.O.

परीक्षण कीजिये कि क्या ऊपर निर्दिष्ट प्रतिगमन पहले क्रम के स्वतः सहसंबंध से यस्त है? आप किस परीक्षण का उपयोग करेंगे और क्यों? ($\alpha = 5\%$ का प्रयोग कीजिये)

(iv) यदि उपरोक्त (iii) में निर्दिष्ट प्रतिगमन से प्राप्त बुटियाँ उच्च क्रम ऑटोरेग्रेसिव (AR) प्रक्रिया का पालन करती हैं तो आप सीरियल सहसंबंध के लिए कैसे परीक्षण करेंगे? परीक्षण के चरणों का विस्तार से वर्णन कीजिए।

(v) भाग (iii) में निर्दिष्ट प्रतिगमन के संदर्भ में, स्वसहसंबंध की समस्या का पता चलने पर उसका क्या उपाय होगा? समझाइये। (2+3+3+3+4)

6. a) The Home Ministry of a country wants to test if petty crimes (minor thefts) are higher in states where poverty rates are high. They obtain data on several variables and ran the following cross section regression for 35 states in the country.

$$C_i = 6.275 + 0.1147 PR_i - 0.0712 LR_i + 0.0862 SDP_i$$

$$Se = (3.125) \quad (0.02713) \quad (0.0361) \quad (0.03834)$$

$$n = 35 \quad R = 0.6876$$

where C = Crimes per lakh of population

PR = poverty rates

LR = Literacy rate

SDP = State Domestic Product

(i) A priori what signs are expected for the explanatory variables? Explain your answers.

(ii) Test for overall goodness of fit of the regression (Use $\alpha = 5\%$)

(iii) Another model was also used and following results were obtained:

$$\ln C_i = 2.142 + 0.01186 \ln PR_i - 0.0548 \ln LR_i + 0.0921 \ln SDP_i$$

$$Se = (1.102) \quad (0.0673) \quad (0.0259) \quad (0.03647)$$

$$n = 35 \quad R^2 = 0.7923$$

Interpret the coefficient of $\ln SDP_i$.

(iv) How will you conduct MacKinnon-White-Davidson (MWD) test to select which model is better? Write all steps clearly. (2+2+2+3)

b) The regression equation given in part (a) is modified as follows:

$$\hat{C}_i = 23.83 - 0.0089 LR_i$$

This equation was estimated using 50 cross-sectional observations on states, by ordinary least squares (OLS). To check for heteroscedasticity related to LR, separate regressions were run for the 17 states with the lowest LR and the 17 states with the highest LR. The sum of

squared residuals for the low LR states was 270. The sum of squared residuals for the high-LR states was 90.

- (i) Compute unbiased estimates of the variance of the error term in the two subsamples.
- (ii) Conduct the Goldfeld-Quandt test at 5% level of significance.
- (iii) Regardless of your conclusion for part (ii), suppose you believe that heteroscedasticity is indeed present and that the variance of the error term is inversely proportional to state LR: $\text{Var}(\varepsilon_i) = \gamma/LR_i$, where γ = an unknown constant. Explain how you would transform the data to satisfy the classical assumptions. (2*3=6)

6. क) किसी देश का गृह मंत्रालय यह जाचना चाहता है कि क्या छोटे अपराध (सामूली चोरी) उन राज्यों में अधिक हैं जहाँ गरीबी दर अधिक है। वे कई चरों पर डेटा प्राप्त करते हैं और देश के 35 राज्यों के लिए निम्नलिखित क्रॉस सेक्शन प्रतिगमन का अनुमान लगते हैं:

$$C_i = 6.275 + 0.1147 PR_i - 0.0712 LR_i + 0.0862 SDP_i$$

$$Se = (3.125) \quad (0.02713) \quad (0.0361) \quad (0.03834)$$

$$n = 35 \quad R = 0.6876$$

जहाँ C = प्रति लाख जनसंख्या पर अपराध

PR = गरीबी दर

LR = साक्षरता दर

SDP = राज्य घरेलू उत्पाद

- (i) एक प्राथमिकता व्याख्यात्मक घर के लिए क्या संकेत अपेक्षित हैं? अपने उत्तरों की व्याख्या कीजिये।
- (ii) प्रतिगमन के फिट की समग्र अच्छाई के लिए परीक्षण कीजिये। ($\alpha = 5\%$ का प्रयोग कीजिये)
- (iii) एक अन्य मॉडल का भी उपयोग किया गया और निम्नलिखित परिणाम प्राप्त हुए:

$$\ln C_i = 2.142 + 0.01186 \ln PR_i - 0.0548 \ln LR_i + 0.0921 \ln SDP_i$$

P.T.O.

$$Se = (1.102) \quad (0.0673) \quad (0.0259) \quad (0.03647) \\ n = 35 \quad R^2 = 0.7923$$

In एसडीपी के गुणांक की व्याख्या कीजिये।

(iv) कौन सा मॉडल बेहतर है यह चुनने के लिए आप मैकिन्नॉन-व्हाइट-डेविडसन (MWD) परीक्षण कैसे करेंगे? सभी चरणों को स्पष्ट रूप से लिखिए। (2+2+2+3)

ख) भाग (क) में दिए गए प्रतिगमन समीकरण को निम्नानुसार संशोधित किया गया है:

$$\hat{C}_i = 23.83 - 0.0089 LR_i$$

सामान्य न्यूनतम वर्गों (OLS) द्वारा राज्यों पर 50 क्रॉस-सेक्शनल अवलोकनों का उपयोग करके इस समीकरण का अनुमान लगाया गया था। LR से संबंधित विषमलैंगिकता (heteroscedasticity) की जाँच करने के लिए, सबसे कम LR वाले 17 राज्यों और उच्चतम LR वाले 17 राज्यों के लिए अलग-अलग प्रतिगमन अनुमान लगाए गए थे। निम्न LR राज्यों के लिए वर्ग अवशिष्टों का योग 270 था। उच्च-LR राज्यों के लिए वर्ग अवशिष्टों का योग 90 था।

(i) दो उप-नमूनों में त्रुटि पद के विचरण के निष्पक्ष अनुमानों की गणना कीजिये।

(ii) गोल्डफेल्ड-क्वाइट परीक्षण को 5% महत्व के स्तर पर आयोजित कीजिये।

(iii) भाग (ii) के लिए आपके निष्कर्ष के बावजूद, मान लीजिए कि विषमलैंगिकता वास्तव में मौजूद है और त्रुटि का विचरण राज्य LR के व्युत्क्रमानुपाती है: $Var(\epsilon_i) = \gamma / LR_i$ जहाँ γ = एक अज्ञात लगातार। स्पष्ट कीजिये कि आप शास्त्रीय मान्यताओं को संतुष्ट करने के लिए डेटा को कैसे रूपांतरित करेंगे। (2+3=6)

7. a) The estimated equation for sales of TV is as given below:

$$\text{Sales} = 118.91 - 7.908 \text{ Price} + 1.863 \text{ Advert} \\ (se) = (6.35) \quad (1.096) \quad (0.683) \quad R^2 = 0.448, n=30$$

where Price is price of TV measured in Rs.

Sales is sale revenue and Advert is advertising expenditure. Both Sales and Advert are measured in terms of thousands of rupees.

- Is the slope coefficient of price statistically different from 1? Test at $\alpha=2\%$.
- Calculate the elasticity of sales revenue with respect to price if average sales revenue is 300 and average price is 100?

- (iii) How would you test that an increase in advertising expenditure will bring an increase in sales revenue that is sufficient to cover the increased advertising expenditure? Clearly state the null and alternative hypotheses. Test at $\alpha=5\%$.
 (iv) Estimate the sales revenue for a price of Rs 6 and an advertising expenditure of Rs 1,200.
 (3+2+3+2)

- b) Consider the following regression $Y_i = \beta_1 X_i + \mu_i$ where $\hat{\beta}_1$ is the OLS estimator of β_1 .
 (i) Find the value of $\hat{\beta}_1$.
 (ii) Find $V(\hat{\beta}_1)$.
 (iii) Verify that $\hat{\beta}_1$ is unbiased. (5)

7. क) टीवी की बिक्री के लिए अनुमानित समीकरण नीचे दिया गया है:

$$\text{Sales} = 118.91 - 7.908 \text{ Price} + 1.863 \text{ Advert}$$

$$se = (6.35) \quad (1.096) \quad (0.683) \quad R^2 = 0.448, n=30$$

जहाँ price टीवी की कीमत रुपये में मापा जाता है।

Sales बिक्री राजस्व है और Advert विज्ञापन व्यय है। बिक्री और विज्ञापन दोनों को हजारों रुपये में मापा जाता है।

- (i) क्या मूल्य का ढलान गुणांक सांख्यिकीय रूप से 1 से भिन्न है? $\alpha=2\%$ पर टेस्ट कीजिये।
 (ii) कीमत के संबंध में बिक्री राजस्व की लोच की गणना कीजिये यदि औसत बिक्री राजस्व 300 है और औसत मूल्य 100 है?
 (iii) आप कैसे परीक्षण करेंगे कि विज्ञापन व्यय में वृद्धि से बिक्री राजस्व में वृद्धि होगी जो बड़े हुए विज्ञापन व्यय को कवर करने के लिए पर्याप्त है? रिक्त और वैकल्पिक परिकल्पनाओं को स्पष्ट रूप से बताएं। $\alpha=5\%$ पर टेस्ट कीजिये।
 (iv) 6 रुपये की कीमत और 1,200 रुपये के विज्ञापन व्यय के लिए बिक्री राजस्व का अनुमान लगाएं।
 (3+2+3+2)

ख) निम्नलिखित प्रतिगमन पर विचार कीजिये $Y_i = \beta_1 X_i + \mu_i$ जहाँ $\hat{\beta}_1$ β_1 का OLS अनुमानक है।

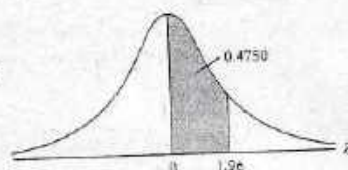
- (i) $\hat{\beta}_1$ का मान ज्ञात कीजिये।
 (ii) $V(\hat{\beta}_1)$ खोजिये।
 (iii) सत्यापित कीजिये कि $\hat{\beta}_1$ निष्पक्ष है। (5)

TABLE D.1
Areas Under the
Standardized Normal
Distribution

Example

$$Pr(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$$

$$Pr(Z \geq 1.96) = 0.5 - 0.4750 = 0.025$$



Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

Note: This table gives the area in the right-hand tail of the distribution (i.e., $Z \geq 0$). But since the normal distribution is symmetrical about $Z = 0$, the area in the left-hand tail is the same as the area in the corresponding right-hand tail. For example, $Pr(-1.96 \leq Z \leq 0) = 0.4750$. Therefore, $Pr(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 2(0.4750) = 0.95$.

TABLE D.2
Percentage Points of
the *t* Distribution

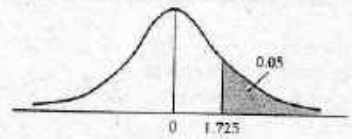
Source: From E. S. Pearson and
H. O. Hartley, eds., *Biometrika
Tables for Statisticians*, vol. 1,
3d ed., table 12, Cambridge
University Press, New York,
1956. Reproduced by
permission of the editors and
translators of *Biometrika*.

Example

$$\Pr(t > 2.086) = 0.025$$

$$\Pr(t > 1.725) = 0.05 \quad \text{for } df = 20$$

$$\Pr(|t| > 1.725) = 0.10$$



Pr	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
df	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.010	0.002
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31
2	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327
3	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.214
4	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	0.711	1.415	1.893	2.365	2.998	3.499	4.785
8	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
40	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307
60	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232
120	0.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160
∞	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090

Note: The smaller probability shown at the head of each column is the area in one tail; the larger probability is the area in both tails.

P.T.O.

TABLE D.3 Upper Percentage Points of the *F* Distribution

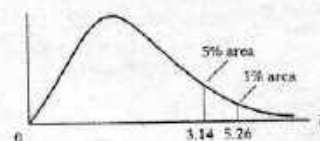
Example

$$Pr(F > 1.59) = 0.25$$

$$Pr(F > 2.42) = 0.10 \quad \text{for } df_{N_1} = 10$$

$$Pr(F > 3.14) = 0.05 \quad \text{and } N_2 = 9$$

$$Pr(F > 5.26) = 0.01$$



df for denominator N_2	df for numerator N_1												
	Fr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	.25	5.83	7.50	8.20	8.58	8.82	8.98	9.10	9.19	9.25	9.32	9.36	9.41
	.10	39.9	49.5	53.6	55.8	57.2	58.2	58.9	59.4	59.9	60.2	60.5	60.7
	.05	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
	.01	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4
2	.25	2.57	3.00	3.15	3.23	3.28	3.31	3.34	3.35	3.37	3.38	3.39	3.39
	.10	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39	9.40	9.41
	.05	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4
	.01	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4
3	.25	2.02	2.28	2.36	2.39	2.41	2.42	2.43	2.44	2.44	2.44	2.45	2.45
	.10	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.22
	.05	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.77	8.76	8.74
	.01	34.3	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	27.1
4	.25	1.81	2.00	2.05	2.06	2.07	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08
	.10	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.91	3.90
	.05	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91
	.01	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.3
5	.25	1.69	1.85	1.88	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89
	.10	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.28	3.27
	.05	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.93	4.88	4.82	4.77	4.74	4.71	4.68
	.01	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.96	9.89
6	.25	1.62	1.76	1.78	1.79	1.79	1.78	1.78	1.78	1.77	1.77	1.77	1.77
	.10	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.92	2.90
	.05	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00
	.01	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72
7	.25	1.57	1.70	1.72	1.73	1.71	1.71	1.70	1.70	1.69	1.69	1.69	1.68
	.10	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.68	2.67
	.05	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57
	.01	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47
8	.25	1.54	1.66	1.67	1.66	1.66	1.65	1.64	1.64	1.63	1.63	1.63	1.62
	.10	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.52	2.50
	.05	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28
	.01	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67
9	.25	1.51	1.62	1.63	1.63	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.58
	.10	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.40	2.38
	.05	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07
	.01	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11

Source: From E. S. Pearson and H. O. Hartley, eds., *Biometrika Tables for Statisticians*, vol. 1, 3d ed., table 11, Cambridge University Press, New York, 1966.
Reproduced by permission of the editors and trustees of *Biometrika*.

df for numerator N_1													df for denominator N_2
15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500	∞	Pr	
9.49	9.58	9.63	9.67	9.71	9.74	9.76	9.78	9.80	9.82	9.84	9.85	.25	1
61.2	61.7	62.0	62.3	62.5	62.7	62.8	63.0	63.1	63.2	63.3	63.3	.10	
246	246	249	250	251	252	252	253	253	254	254	254	.05	2
3.41	3.43	3.43	3.44	3.45	3.45	3.45	3.47	3.47	3.48	3.48	3.48	.25	
9.42	9.44	9.45	9.45	9.47	9.47	9.47	9.48	9.48	9.49	9.49	9.49	.10	3
19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	.05	
99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	.01	4
2.46	2.46	2.46	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	.25	
9.20	9.18	9.18	9.17	9.16	9.15	9.15	9.14	9.14	9.14	9.14	9.14	.10	5
8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.55	8.54	8.53	8.53	.05	
26.9	26.7	26.6	26.5	26.4	26.4	26.3	26.2	26.2	26.2	26.1	26.1	.01	6
2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	.25	
3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.78	3.77	3.76	3.76	.10	7
5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.66	5.65	5.64	5.63	.05	
14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.7	13.6	13.6	13.5	13.5	13.5	.01	8
1.89	1.88	1.88	1.88	1.88	1.88	1.87	1.87	1.87	1.87	1.87	1.87	.25	
3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.14	3.13	3.12	3.12	3.11	3.10	.10	9
4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44	4.43	4.41	4.40	4.39	4.37	4.36	.05	
9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.24	9.20	9.13	9.11	9.08	9.04	9.02	.01	10
1.76	1.76	1.75	1.75	1.75	1.75	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74	.25	
2.87	2.84	2.82	2.80	2.78	2.77	2.76	2.75	2.74	2.73	2.73	2.72	.10	11
3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75	3.74	3.71	3.70	3.69	3.68	3.67	.05	
7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.09	7.06	6.99	6.97	6.93	6.90	6.88	.01	12
1.66	1.67	1.67	1.66	1.66	1.66	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	.25	
2.63	2.59	2.58	2.56	2.54	2.52	2.51	2.50	2.49	2.48	2.48	2.47	.10	13
3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.27	3.25	3.24	3.23	.05	
6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.86	5.82	5.75	5.74	5.70	5.67	5.65	.01	14
1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.59	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	.25	
2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.32	2.32	2.31	2.30	2.29	.10	15
3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.02	3.01	2.97	2.97	2.95	2.94	2.93	.05	
5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.07	5.03	4.96	4.95	4.91	4.88	4.86	.01	16
1.57	1.56	1.56	1.55	1.55	1.54	1.54	1.53	1.53	1.53	1.53	1.53	.25	
2.34	2.30	2.28	2.25	2.23	2.22	2.21	2.19	2.18	2.17	2.17	2.16	.10	17
3.01	2.94	2.90	2.85	2.83	2.80	2.79	2.76	2.75	2.73	2.72	2.71	.05	
4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.52	4.48	4.42	4.40	4.36	4.33	4.31	.01	18

(Continued)

P.T.O.

TABLE D.3 Upper Percentage Points of the *F* Distribution (Continued)

df for denominator N_2	df for numerator N_1												
	Pr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
10	.25	1.49	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.57	1.56	1.55	1.55	1.55	1.54
	.10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.30	2.28
	.05	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91
	.01	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.49	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71
11	.25	1.47	1.58	1.58	1.57	1.56	1.55	1.54	1.53	1.53	1.52	1.52	1.51
	.10	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.21
	.05	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79
	.01	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40
12	.25	1.46	1.56	1.56	1.55	1.54	1.53	1.52	1.51	1.51	1.50	1.50	1.49
	.10	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.17	2.15
	.05	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69
	.01	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16
13	.25	1.45	1.55	1.55	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.49	1.48	1.47	1.47
	.10	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14	2.12	2.10
	.05	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60
	.01	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96
14	.25	1.44	1.53	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.48	1.47	1.46	1.46	1.45
	.10	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.08	2.05
	.05	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53
	.01	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.45	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80
15	.25	1.43	1.52	1.52	1.51	1.49	1.48	1.47	1.46	1.46	1.45	1.44	1.44
	.10	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06	2.04	2.02
	.05	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48
	.01	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67
16	.25	1.42	1.51	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.44	1.44	1.43
	.10	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	2.01	1.99
	.05	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42
	.01	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.62	3.55
17	.25	1.42	1.51	1.50	1.49	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.43	1.42	1.41
	.10	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.98	1.96
	.05	4.43	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38
	.01	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46
18	.25	1.41	1.50	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40
	.10	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98	1.96	1.93
	.05	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34
	.01	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.43	3.37
19	.25	1.41	1.49	1.49	1.47	1.46	1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.40
	.10	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.94	1.91
	.05	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31
	.01	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30
20	.25	1.40	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.40	1.39	1.39
	.10	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.92	1.89
	.05	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28
	.01	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23

df for numerator N_1													df for denominator N_2
15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500	∞	Pr	N_2
1.53	1.52	1.52	1.51	1.51	1.50	1.50	1.49	1.49	1.49	1.48	1.48	.25	10
2.24	2.20	2.18	2.16	2.13	2.12	2.11	2.09	2.08	2.07	2.06	2.06	.10	
2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.64	2.62	2.59	2.58	2.56	2.55	2.54	.05	
4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.12	4.08	4.01	4.00	3.96	3.93	3.91	.01	
1.50	1.49	1.49	1.48	1.47	1.47	1.47	1.46	1.46	1.46	1.45	1.45	.25	11
2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.04	2.03	2.00	2.00	1.99	1.98	1.97	.10	
2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.51	2.49	2.46	2.45	2.43	2.42	2.40	.05	
4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.81	3.78	3.71	3.69	3.66	3.62	3.60	.01	
1.48	1.47	1.46	1.45	1.45	1.44	1.44	1.43	1.43	1.43	1.42	1.42	.25	12
2.10	2.06	2.04	2.01	1.99	1.97	1.96	1.94	1.93	1.92	1.91	1.90	.10	
2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.40	2.38	2.35	2.34	2.32	2.31	2.30	.05	
4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.57	3.54	3.47	3.45	3.41	3.38	3.36	.01	
1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.42	1.42	1.41	1.41	1.40	1.40	1.40	.25	13
2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.92	1.90	1.88	1.88	1.86	1.85	1.85	.10	
2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.31	2.30	2.26	2.25	2.23	2.22	2.21	.05	
3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.38	3.34	3.27	3.25	3.22	3.19	3.17	.01	
1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.40	1.39	1.39	1.39	1.38	1.38	.25	14
2.01	1.96	1.94	1.91	1.89	1.87	1.86	1.83	1.83	1.82	1.80	1.80	.10	
2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.24	2.22	2.19	2.18	2.16	2.14	2.13	.05	
3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.22	3.18	3.11	3.09	3.06	3.03	3.00	.01	
1.43	1.41	1.41	1.40	1.39	1.39	1.38	1.38	1.37	1.37	1.36	1.36	.25	15
1.97	1.92	1.90	1.87	1.85	1.83	1.82	1.79	1.79	1.77	1.76	1.76	.10	
2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.18	2.16	2.12	2.11	2.10	2.08	2.07	.05	
3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.08	3.05	2.98	2.96	2.92	2.89	2.87	.01	
1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.37	1.36	1.36	1.35	1.35	1.34	1.34	.25	16
1.94	1.89	1.87	1.84	1.81	1.79	1.78	1.76	1.75	1.74	1.73	1.72	.10	
2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.12	2.11	2.07	2.06	2.04	2.02	2.01	.05	
3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.97	2.93	2.86	2.84	2.81	2.78	2.75	.01	
1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.35	1.34	1.34	1.34	1.33	1.33	.25	17
1.91	1.86	1.84	1.81	1.78	1.76	1.75	1.73	1.72	1.71	1.69	1.69	.10	
2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.08	2.06	2.02	2.01	1.99	1.97	1.96	.05	
3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.87	2.83	2.76	2.75	2.71	2.68	2.65	.01	
1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.34	1.33	1.33	1.32	1.32	1.32	.25	18
1.89	1.84	1.81	1.78	1.75	1.74	1.72	1.70	1.69	1.68	1.67	1.66	.10	
2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.04	2.02	1.98	1.97	1.95	1.93	1.92	.05	
3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.78	2.75	2.68	2.66	2.62	2.59	2.57	.01	
1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.33	1.32	1.32	1.31	1.31	1.30	.25	19
1.86	1.81	1.79	1.76	1.73	1.71	1.70	1.67	1.67	1.65	1.64	1.63	.10	
2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.94	1.93	1.91	1.89	1.88	.05	
3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.71	2.67	2.60	2.58	2.55	2.51	2.49	.01	
1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.33	1.32	1.31	1.31	1.30	1.29	1.29	.25	20
1.84	1.79	1.77	1.74	1.71	1.69	1.68	1.65	1.64	1.63	1.62	1.61	.10	
2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.97	1.95	1.91	1.90	1.88	1.86	1.84	.05	
3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.64	2.61	2.54	2.52	2.48	2.44	2.42	.01	

(Continued)

P.T.O.

TABLE D.3 Upper Percentage Points of the *F* Distribution (Continued)

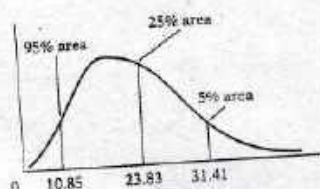
df for denom- inator N_2	df for numerator N_1												
	Pr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
22	.25	1.40	1.48	1.47	1.45	1.44	1.42	1.41	1.40	1.39	1.39	1.38	1.37
	.10	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.88	1.86
	.05	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.26	2.23
	.01	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.18	3.12
24	.25	1.39	1.47	1.46	1.44	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.38	1.37	1.36
	.10	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.85	1.83
	.05	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.21	2.18
	.01	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03
26	.25	1.38	1.46	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.37	1.36	1.35
	.10	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86	1.84	1.81
	.05	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15
	.01	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	3.02	2.96
28	.25	1.38	1.46	1.45	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34
	.10	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.81	1.79
	.05	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12
	.01	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.96	2.90
30	.25	1.38	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.35	1.34
	.10	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.79	1.77
	.05	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09
	.01	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.91	2.84
40	.25	1.36	1.44	1.42	1.40	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.32	1.31
	.10	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.73	1.71
	.05	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00
	.01	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66
60	.25	1.35	1.42	1.41	1.38	1.37	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.29
	.10	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.68	1.66
	.05	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92
	.01	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50
120	.25	1.34	1.40	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26
	.10	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65	1.62	1.60
	.05	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.83
	.01	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.40	2.34
200	.25	1.33	1.39	1.38	1.36	1.34	1.32	1.31	1.29	1.28	1.27	1.26	1.25
	.10	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66	1.63	1.60	1.57
	.05	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.84	1.80
	.01	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.27
∞	.25	1.32	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.29	1.28	1.27	1.25	1.24	1.24
	.10	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60	1.57	1.55
	.05	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75
	.01	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	2.18

df for numerator N_1													df for denominator N_2
15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	300	∞	P_r	
1.36	1.34	1.33	1.32	1.31	1.31	1.30	1.30	1.30	1.29	1.29	1.28	.25	22
1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.65	1.64	1.61	1.60	1.59	1.58	1.57	.10	
2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.91	1.89	1.85	1.84	1.82	1.80	1.78	.05	
2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.53	2.50	2.42	2.40	2.36	2.33	2.31	.01	
1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.29	1.28	1.28	1.27	1.27	1.26	.25	24
1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.58	1.57	1.56	1.54	1.53	.10	
2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.86	1.84	1.80	1.79	1.77	1.75	1.73	.05	
2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.44	2.40	2.33	2.31	2.27	2.24	2.21	.01	
1.34	1.32	1.31	1.30	1.29	1.28	1.28	1.26	1.26	1.26	1.25	1.25	.25	26
1.76	1.71	1.68	1.65	1.61	1.59	1.58	1.55	1.54	1.53	1.51	1.50	.10	
2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.82	1.80	1.76	1.75	1.73	1.71	1.69	.05	
2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.36	2.33	2.25	2.23	2.19	2.16	2.13	.01	
1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.27	1.26	1.25	1.25	1.24	1.24	.25	28
1.74	1.68	1.66	1.63	1.59	1.57	1.56	1.53	1.52	1.50	1.49	1.48	.10	
2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.77	1.73	1.71	1.69	1.67	1.65	.05	
2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.30	2.26	2.19	2.17	2.13	2.09	2.06	.01	
1.32	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26	1.26	1.25	1.24	1.24	1.23	1.23	.25	30
1.72	1.67	1.64	1.61	1.57	1.55	1.54	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	.10	
2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.70	1.68	1.66	1.64	1.62	.05	
2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.25	2.21	2.13	2.11	2.07	2.03	2.01	.01	
1.30	1.28	1.26	1.25	1.24	1.23	1.22	1.21	1.21	1.20	1.19	1.19	.25	40
1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.48	1.47	1.43	1.42	1.41	1.39	1.38	.10	
1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.64	1.59	1.58	1.55	1.53	1.51	.05	
2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.06	2.02	1.94	1.92	1.87	1.83	1.80	.01	
1.27	1.25	1.24	1.22	1.21	1.20	1.19	1.17	1.17	1.16	1.15	1.15	.25	60
1.60	1.54	1.51	1.48	1.44	1.41	1.40	1.36	1.35	1.33	1.31	1.29	.10	
1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.54	1.53	1.46	1.47	1.44	1.41	1.39	.05	
2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.88	1.84	1.75	1.73	1.68	1.63	1.60	.01	
1.24	1.22	1.21	1.19	1.18	1.17	1.16	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	.25	120
1.55	1.48	1.45	1.41	1.37	1.34	1.32	1.27	1.26	1.24	1.21	1.19	.10	
1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.46	1.43	1.37	1.35	1.32	1.28	1.25	.05	
2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.70	1.66	1.56	1.53	1.48	1.42	1.38	.01	
1.23	1.21	1.20	1.18	1.16	1.14	1.12	1.11	1.10	1.09	1.08	1.06	.25	200
1.52	1.45	1.42	1.38	1.34	1.31	1.28	1.24	1.22	1.20	1.17	1.14	.10	
1.72	1.62	1.57	1.52	1.46	1.41	1.39	1.32	1.29	1.26	1.22	1.19	.05	
2.13	1.97	1.89	1.79	1.69	1.63	1.58	1.48	1.44	1.39	1.33	1.28	.01	
1.22	1.19	1.18	1.16	1.14	1.13	1.12	1.09	1.08	1.07	1.04	1.00	.25	∞
1.49	1.42	1.38	1.34	1.30	1.26	1.24	1.18	1.17	1.13	1.08	1.00	.10	
1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.35	1.32	1.24	1.22	1.17	1.11	1.00	.05	
2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.52	1.47	1.36	1.32	1.25	1.15	1.00	.01	

P.T.O.

TABLE D.4
Upper Percentage
Points of the χ^2
Distribution

Example
 $\Pr(\chi^2 > 10.85) = 0.95$
 $\Pr(\chi^2 > 23.83) = 0.25$ for $df = 20$
 $\Pr(\chi^2 > 31.41) = 0.05$



Degrees of freedom	.995	.990	.975	.950	.900
1	3.841×10^{-10}	1.5708×10^{-9}	9.878×10^{-9}	3.841×10^{-8}	.0157908
2	0.010251	.0201007	.0506356	.102587	.210720
3	0.0717212	.114832	.215795	.351846	.584375
4	.204990	.297110	.484419	.710721	1.063623
5	.411740	.554300	.831211	1.145476	1.61031
6	.675727	.872085	1.237347	1.63539	2.20413
7	.989265	1.239043	1.68987	2.16735	2.83311
8	1.344419	1.646482	2.17973	2.73264	3.48954
9	1.734926	2.087912	2.70039	3.32511	4.16816
10	2.15585	2.55821	3.24697	3.94030	4.86518
11	2.60321	3.05347	3.81575	4.57481	5.57779
12	3.07382	3.57056	4.40379	5.22503	6.30380
13	3.56503	4.10691	5.00874	5.89186	7.04150
14	4.07468	4.66043	5.62872	6.57063	7.78953
15	4.60094	5.22935	6.26214	7.26094	8.54675
16	5.14224	5.81221	6.90766	7.96164	9.31223
17	5.69724	6.40776	7.56418	8.67176	10.0852
18	6.26481	7.01491	8.23075	9.39046	10.8649
19	6.84398	7.63273	8.90655	10.1170	11.6509
20	7.43386	8.26040	9.59083	10.8508	12.4426
21	8.03366	8.89720	10.28293	11.5913	13.2396
22	8.64272	9.54249	10.9823	12.3380	14.0415
23	9.26042	10.19567	11.6885	13.0905	14.8479
24	9.88623	10.8564	12.4011	13.8484	15.6587
25	10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	16.4734
26	11.1603	12.1981	13.8439	15.3791	17.2919
27	11.8076	12.8786	14.5733	16.1513	18.1138
28	12.4613	13.5648	15.3079	16.9279	18.9392
29	13.1211	14.2565	16.0471	17.7083	19.7677
30	13.7867	14.9535	16.7908	18.4926	20.5992
40	20.7065	22.1643	24.4331	26.5093	29.0505
50	27.9907	29.7067	32.3574	34.7642	37.6886
60	35.5346	37.4848	40.4817	43.1879	46.4589
70	43.2752	45.4418	48.7576	51.7393	55.3290
80	51.1720	53.5400	57.1532	60.3915	64.2776
90	59.1963	61.7541	65.6466	69.1260	73.2912
100*	67.3276	70.0648	74.2219	77.9295	82.3581

*For df greater than 100 the expression $\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2k-1} = Z$ follows the standardized normal distribution, where k represents the degrees of freedom.

.750	.500	.250	.100	.050	.025	.010	.005
101.5308	4.54937	1.32330	2.70554	3.84145	5.02389	6.63490	7.87944
575.964	1.38629	2.77259	4.60517	5.99147	7.37276	9.21034	10.5966
1.212534	2.36597	4.10835	6.25139	7.81473	9.34840	11.3449	12.8381
1.92255	3.35670	5.38527	7.77944	9.48773	11.1433	13.2767	14.8602
2.67460	4.35146	6.62568	9.23435	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
3.45460	5.34812	7.84080	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476
4.25485	6.34581	9.03715	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
5.07064	7.34412	10.2188	13.3616	15.5073	17.5346	20.0902	21.9550
5.89883	8.34283	11.3887	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5893
6.73720	9.34182	12.5489	15.9871	18.3070	20.4831	23.2093	25.1882
7.58412	10.3410	13.7007	17.2750	19.6751	21.9200	24.7250	26.7569
8.43842	11.3403	14.8454	18.5494	21.0261	23.3367	26.2170	28.2995
9.29906	12.3398	15.9839	19.8119	22.3621	24.7156	27.6883	29.8194
10.1653	13.3393	17.1170	21.0642	23.6848	26.1190	29.1413	31.3193
11.0365	14.3389	18.2451	22.3072	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013
11.9122	15.3385	19.3688	23.5418	26.2962	28.8454	31.9999	34.2672
12.7919	16.3381	20.4887	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087	35.7185
13.6753	17.3379	21.6049	25.9894	28.8693	31.5264	34.8053	37.1564
14.5620	18.3376	22.7178	27.2036	30.1435	32.8523	36.1908	38.5822
15.4518	19.3374	23.8277	28.4120	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968
16.3444	20.3372	24.9348	29.6151	32.6705	35.4789	38.9321	41.4010
17.2396	21.3370	26.0393	30.8133	33.9244	36.7807	40.2894	42.7956
18.1373	22.3369	27.1413	32.0069	35.1725	38.0757	41.6384	44.1813
19.0372	23.3367	28.2412	33.1963	36.4151	39.3641	42.9798	45.5585
19.9393	24.3366	29.3389	34.3816	37.6525	40.6465	44.3141	46.9278
20.8434	25.3364	30.4345	35.5631	38.8852	41.9232	45.6417	48.2899
21.7494	26.3363	31.5284	36.7412	40.1133	43.1944	46.9630	49.6449
22.6572	27.3363	32.6205	37.9159	41.3372	44.4607	48.2782	50.9933
23.5666	28.3362	33.7109	39.0875	42.5569	45.7222	49.5879	52.3356
24.4776	29.3360	34.7998	40.2560	43.7729	46.9792	50.8922	53.6720
33.6803	38.3354	45.6160	51.8030	55.7585	59.3417	63.6907	66.7659
42.9421	49.3349	56.3336	63.1671	67.5048	71.4202	76.1539	79.4900
52.2938	59.3347	66.9814	74.3970	79.0819	83.2976	88.3794	91.9517
61.6983	69.3344	77.5766	85.5271	90.5312	95.0231	100.425	104.215
71.1445	79.3343	88.1303	96.5782	101.879	106.629	112.329	116.321
80.6247	89.3342	98.6499	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
90.1332	99.3341	109.141	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169

Source: Adapted from E. S. Pearson and H. O. Hartley, eds., *Biometrika Tables for Statisticians*, vol. 1, 3rd ed., table B, Cambridge University Press, New York, 1960.
 Reproduced by permission of the editors and trustees of Biometrika.

TABLE D.5A Durbin-Watson d Statistic: Significance Points of d_L and d_U at 0.05 Level of Significance

TABLE D.5A Durbin-Watson d Statistic: Significance Points of d_L and d_U for $\alpha = 0.05$																				
n	k=1		k=2		k=3		k=4		k=5		k=6		k=7		k=8		k=9		k=10	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
5	0.410	1.400	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6	0.700	1.350	0.400	1.300	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	0.765	1.332	0.559	1.277	0.368	1.247	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8	0.824	1.320	0.620	1.269	0.455	1.235	0.299	1.269	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9	0.879	1.320	0.697	1.261	0.529	1.236	0.376	1.244	0.243	1.262	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	0.927	1.324	0.658	1.264	0.595	1.229	0.444	1.233	0.310	1.243	0.203	1.203	—	—	—	—	—	—	—	—
11	0.967	1.311	0.612	1.259	0.698	1.264	0.512	1.277	0.379	1.256	0.268	1.232	0.171	1.149	—	—	—	—	—	—
12	0.975	1.340	0.661	1.262	0.715	1.261	0.576	1.294	0.445	1.290	0.328	1.263	0.250	1.200	0.147	1.106	—	—	—	—
13	1.045	1.350	0.950	1.351	0.767	1.278	0.632	1.295	0.502	1.292	0.447	1.273	0.343	1.237	0.251	1.229	0.175	1.216	0.111	1.118
14	1.072	1.361	0.966	1.343	0.814	1.250	0.683	1.297	0.562	1.257	0.502	1.246	0.398	1.224	0.304	1.280	0.222	1.290	0.135	1.104
15	1.104	1.371	0.982	1.359	0.827	1.274	0.734	1.293	0.615	1.257	0.502	1.246	0.398	1.224	0.304	1.280	0.222	1.290	0.135	1.104
16	1.134	1.381	1.012	1.358	0.897	1.273	0.778	1.300	0.645	1.264	0.534	1.218	0.451	1.237	0.358	1.257	0.272	1.275	0.140	1.106
17	1.158	1.391	1.045	1.355	0.933	1.265	0.820	1.272	0.710	1.260	0.603	1.257	0.502	1.246	0.398	1.280	0.222	1.290	0.135	1.104
18	1.180	1.401	1.074	1.336	0.957	1.265	0.855	1.248	0.732	1.222	0.640	1.250	0.540	1.256	0.458	1.289	0.269	1.281	0.250	1.104
19	1.201	1.411	1.100	1.337	0.998	1.278	0.894	1.238	0.792	1.264	0.732	1.234	0.637	1.250	0.547	1.240	0.461	1.233	0.424	1.104
20	1.222	1.420	1.125	1.338	1.034	1.266	0.922	1.212	0.857	1.264	0.749	1.249	0.677	1.248	0.584	1.240	0.504	1.237	0.424	1.104
21	1.239	1.429	1.147	1.341	1.053	1.264	0.935	1.215	0.863	1.260	0.769	1.249	0.697	1.248	0.604	1.240	0.545	1.234	0.485	1.104
22	1.257	1.437	1.168	1.343	1.078	1.260	0.966	1.215	0.893	1.255	0.804	1.244	0.719	1.248	0.628	1.240	0.584	1.234	0.485	1.104
23	1.273	1.445	1.188	1.346	1.101	1.254	1.013	1.212	0.921	1.250	0.837	1.243	0.751	1.247	0.650	1.230	0.604	1.234	0.485	1.104
24	1.289	1.454	1.206	1.347	1.123	1.251	1.038	1.207	0.953	1.246	0.867	1.242	0.784	1.244	0.672	1.230	0.621	1.234	0.540	1.104
25	1.304	1.464	1.224	1.347	1.143	1.247	1.062	1.204	0.979	1.242	0.897	1.240	0.816	1.242	0.703	1.230	0.645	1.237	0.581	1.104
26	1.316	1.469	1.240	1.346	1.162	1.244	1.084	1.204	1.004	1.238	0.926	1.238	0.845	1.240	0.747	1.226	0.671	1.242	0.616	1.104
27	1.328	1.474	1.255	1.340	1.181	1.240	1.104	1.204	1.028	1.234	0.951	1.234	0.874	1.238	0.778	1.226	0.713	1.238	0.645	1.104
28	1.341	1.481	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
29	1.351	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
30	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
31	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
32	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
33	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
34	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
35	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
36	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
37	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
38	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
39	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
40	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
41	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
42	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
43	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
44	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
45	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
46	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
47	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
48	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
49	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
50	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
51	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
52	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
53	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
54	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
55	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
56	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
57	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
58	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
59	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124	1.204	1.053	1.230	0.976	1.230	0.898	1.234	0.804	1.226	0.743	1.238	0.712	1.104
60	1.353	1.488	1.270	1.343	1.198	1.240	1.124													

	K=11		K=12		K=13		K=14		K=15		K=16		K=17		K=18		K=19		K=20	
n	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂
15	0.998	0.002																		
16	0.998	0.002	0.987	0.013																
17	0.997	0.003	0.984	0.016	0.078	0.083														
18	0.992	0.008	0.966	0.033	0.111	0.098	0.070	0.042												
19	0.985	0.015	0.950	0.044	0.145	0.093	0.100	0.040	0.040	0.076										
20	0.977	0.023	0.930	0.057	0.170	0.100	0.112	0.048	0.071	0.085	0.058	0.005								
21	0.969	0.031	0.908	0.071	0.190	0.108	0.124	0.058	0.091	0.108	0.068	0.010	0.002	0.002	0.002	0.002				
22	0.960	0.039	0.885	0.085	0.207	0.116	0.136	0.068	0.108	0.120	0.078	0.014	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
23	0.951	0.048	0.862	0.100	0.223	0.124	0.152	0.080	0.124	0.132	0.088	0.016	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006
24	0.943	0.056	0.840	0.114	0.239	0.132	0.168	0.092	0.132	0.140	0.096	0.018	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008
25	0.935	0.064	0.818	0.128	0.255	0.140	0.184	0.104	0.140	0.148	0.108	0.020	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010
26	0.927	0.072	0.796	0.142	0.271	0.148	0.200	0.116	0.148	0.156	0.116	0.022	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
27	0.919	0.080	0.774	0.156	0.287	0.156	0.216	0.128	0.156	0.164	0.124	0.024	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014
28	0.911	0.088	0.752	0.170	0.303	0.164	0.232	0.140	0.164	0.172	0.132	0.026	0.016	0.016	0.016	0.016	0.016	0.016	0.016	0.016
29	0.903	0.096	0.730	0.184	0.319	0.172	0.248	0.152	0.172	0.180	0.140	0.028	0.018	0.018	0.018	0.018	0.018	0.018	0.018	0.018
30	0.895	0.104	0.708	0.198	0.335	0.180	0.264	0.164	0.180	0.192	0.148	0.030	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020
31	0.887	0.112	0.686	0.212	0.351	0.188	0.280	0.176	0.188	0.200	0.156	0.032	0.022	0.022	0.022	0.022	0.022	0.022	0.022	0.022
32	0.879	0.120	0.664	0.226	0.367	0.196	0.296	0.184	0.196	0.212	0.164	0.034	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024
33	0.871	0.128	0.642	0.240	0.383	0.204	0.312	0.192	0.204	0.220	0.172	0.036	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026
34	0.863	0.136	0.620	0.254	0.400	0.212	0.328	0.200	0.212	0.228	0.180	0.038	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028
35	0.855	0.144	0.598	0.268	0.416	0.220	0.344	0.208	0.220	0.240	0.188	0.040	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030
36	0.847	0.152	0.576	0.282	0.432	0.228	0.360	0.216	0.228	0.256	0.196	0.042	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032
37	0.839	0.160	0.554	0.296	0.448	0.236	0.376	0.224	0.236	0.272	0.204	0.044	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034
38	0.831	0.168	0.532	0.310	0.464	0.244	0.392	0.232	0.244	0.288	0.212	0.046	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036
39	0.823	0.176	0.510	0.324	0.480	0.252	0.408	0.240	0.252	0.304	0.220	0.048	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038
40	0.815	0.184	0.488	0.338	0.496	0.260	0.424	0.248	0.260	0.320	0.228	0.050	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040
41	0.807	0.192	0.466	0.352	0.512	0.268	0.440	0.256	0.268	0.336	0.236	0.052	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042
42	0.799	0.200	0.444	0.366	0.528	0.276	0.456	0.264	0.276	0.352	0.244	0.054	0.044	0.044	0.044	0.044	0.044	0.044	0.044	0.044
43	0.791	0.208	0.422	0.380	0.544	0.284	0.472	0.272	0.284	0.368	0.252	0.056	0.046	0.046	0.046	0.046	0.046	0.046	0.046	0.046
44	0.783	0.216	0.400	0.394	0.560	0.292	0.488	0.280	0.292	0.384	0.260	0.058	0.048	0.048	0.048	0.048	0.048	0.048	0.048	0.048
45	0.775	0.224	0.378	0.408	0.576	0.300	0.504	0.288	0.300	0.400	0.268	0.060	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050
46	0.767	0.232	0.356	0.422	0.592	0.308	0.520	0.296	0.308	0.416	0.276	0.062	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052
47	0.759	0.240	0.334	0.436	0.608	0.316	0.536	0.304	0.316	0.432	0.284	0.064	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054
48	0.751	0.248	0.312	0.450	0.624	0.324	0.552	0.312	0.324	0.448	0.292	0.066	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056
49	0.743	0.256	0.290	0.464	0.640	0.332	0.568	0.320	0.332	0.464	0.300	0.068	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058
50	0.735	0.264	0.268	0.478	0.656	0.340	0.584	0.328	0.340	0.480	0.308	0.070	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060
51	0.727	0.272	0.246	0.492	0.672	0.348	0.600	0.336	0.348	0.496	0.316	0.072	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062
52	0.719	0.280	0.224	0.506	0.688	0.356	0.616	0.344	0.356	0.512	0.324	0.074	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064
53	0.711	0.288	0.202	0.520	0.704	0.364	0.632	0.352	0.364	0.528	0.332	0.076	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066
54	0.703	0.296	0.180	0.534	0.720	0.372	0.648	0.360	0.372	0.544	0.340	0.078	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068
55	0.695	0.304	0.158	0.548	0.736	0.380	0.664	0.368	0.380	0.560	0.348	0.080	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070
56	0.687	0.312	0.136	0.562	0.752	0.388	0.680	0.376	0.388	0.576	0.356	0.082	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072
57	0.679	0.320	0.114	0.576	0.768	0.396	0.696	0.384	0.396	0.592	0.364	0.084	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074
58	0.671	0.328	0.092	0.590	0.784	0.404	0.712	0.392	0.404	0.608	0.372	0.086	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076
59	0.663	0.336	0.070	0.604	0.800	0.412	0.728	0.400	0.412	0.624	0.380	0.088	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078
60	0.655	0.344	0.048	0.618	0.816	0.420	0.744	0.408	0.420	0.640	0.388	0.090	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080
61	0.647	0.352	0.026	0.632	0.832	0.428	0.760	0.416	0.428	0.656	0.396	0.092	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082
62	0.639	0.360	0.004	0.646	0.848	0.436	0.776	0.424	0.436	0.672	0.404	0.094	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084
63	0.631	0.368		0.660	0.864	0.444	0.792	0.432	0.444	0.688	0.412	0.096	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086
64	0.623	0.376		0.674	0.880	0.452	0.808	0.440	0.452	0.704	0.420	0.098	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088
65	0.615	0.384		0.688	0.896	0.460	0.824	0.448	0.460	0.720	0.428	0.100	0.090	0.090	0.090	0.090	0.090	0.090	0.090	0.090
66	0.607	0.392		0.702	0.912	0.468	0.840	0.456	0.468	0.736	0.436	0.102	0.092	0.092	0.092	0.092	0.092	0.092	0.092	0.092
67	0.599	0.400		0.716	0.928	0.476	0.856	0.464	0.476	0.752	0.444	0.104	0.094	0.094	0.094	0.094	0.094	0.094	0.094	0.094
68	0.591	0.408		0.730	0.944	0.484	0.872	0.472	0.484	0.768	0.452	0.106	0.096	0.096	0.096	0.096	0.096	0.096	0.096	0.096
69	0.583	0.416		0.744	0.960	0.492	0.888	0.480	0.492	0.784	0.460	0.108	0.098	0.098	0.098	0.098	0.098	0.098	0.098	0.098
70	0.575	0.424		0.758	0.976	0.500	0.904	0.488	0.500	0.800	0.468	0.110	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100
71	0.567	0.432		0.772	0.992	0.508	0.920	0.496	0.508	0.816	0.476	0.112	0.102	0.102	0.102	0.102	0.102	0.102	0.102	0.102
72	0.559	0.440		0.786	1.008	0.516	0.936	0.504	0.516	0.832	0.484	0.114	0.104	0.104	0.104	0.104	0.104	0.104	0.104	0.104
73	0.551	0.448		0.800	1.024	0.524	0.952	0.512	0.524	0.848	0.492	0.116	0.106	0.106	0.106	0.106	0.106	0.106	0.106	0.106
74	0.543	0.456		0.814	1.040	0.532	0.968	0.520	0.532	0.864	0.500	0.118	0.108							

Note: n = number of observations, k' = number of explanatory variables excluding the constant term

Sources: This table is an extension of the original Durbin-Watson table and is reproduced from K. E. Sargan and K. T. White, "The Durbin-Watson Test for Serial Correlation with Excess Small Samples or Many Regressors," *Econometrica*, vol. 47, November 1977, pp. 1489-96 and as corrected by R. W. Henderson, *Econometrica*, vol. 48, September 1980, p. 1554. Reprinted by permission of the Econometric Society.

EXAMPLE 1

If $n = 40$ and $k = 4$, $d_L = 1.285$ and $d_U = 1.721$. If a computed d value is less than 1.285, there is evidence of positive first-order serial correlation; if it is greater than 1.721, there is no evidence of positive first-order serial correlation; but if d lies between the lower and the upper limit, there is inconclusive evidence regarding the presence or absence of positive first-order serial correlation.

P.T.O.

TABLE D.5B Durbin-Watson d Statistic: Significance Points of d_L and d_U at 0.01 Level of Significance

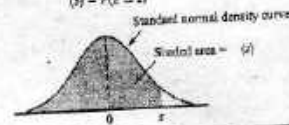
n	k=1		k=2		k=3		k=4		k=5		k=6		k=7		k=8		k=9		k=10	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
5	0.100	1.142	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6	0.455	1.016	0.294	1.076	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	0.407	0.905	0.145	1.495	0.229	2.102	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8	0.554	0.990	0.408	1.369	0.279	1.875	0.183	2.433	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9	0.604	0.907	0.446	1.439	0.740	1.783	0.530	2.195	0.130	2.690	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	0.653	1.010	0.519	1.297	0.506	1.540	0.288	2.010	0.198	2.453	0.124	2.895	—	—	—	—	—	—	—	—
11	0.653	1.010	0.519	1.297	0.449	1.573	0.139	1.918	0.264	2.680	0.164	2.665	0.101	1.059	—	—	—	—	—	—
12	0.627	1.033	0.569	1.270	0.449	1.525	0.339	1.826	0.204	2.150	0.257	2.354	0.183	2.647	0.122	2.921	0.078	3.297	—	—
13	0.738	1.038	0.616	1.285	0.499	1.525	0.441	1.702	0.313	2.049	0.257	2.244	0.226	2.530	0.151	2.817	0.107	3.101	0.068	3.374
14	0.776	1.054	0.660	1.284	0.517	1.490	0.441	1.592	0.391	1.967	0.309	2.244	0.226	2.416	0.205	2.681	0.142	2.944	0.094	3.201
15	0.811	1.070	0.700	1.262	0.591	1.464	0.488	1.704	0.391	1.967	0.309	2.154	0.226	2.416	0.205	2.681	0.142	2.944	0.094	3.201
16	0.844	1.086	0.737	1.252	0.638	1.446	0.532	1.663	0.437	1.900	0.369	2.070	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
17	0.874	1.102	0.772	1.238	0.672	1.432	0.574	1.630	0.480	1.847	0.395	2.070	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
18	0.902	1.118	0.805	1.229	0.708	1.422	0.613	1.604	0.522	1.803	0.435	2.015	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
19	0.928	1.132	0.838	1.265	0.742	1.415	0.650	1.584	0.561	1.767	0.496	1.963	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
20	0.952	1.145	0.865	1.271	0.773	1.411	0.685	1.567	0.598	1.737	0.515	1.918	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
21	0.975	1.161	0.890	1.274	0.807	1.408	0.718	1.554	0.635	1.712	0.552	1.881	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
22	0.997	1.174	0.914	1.284	0.831	1.407	0.748	1.543	0.667	1.691	0.587	1.849	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
23	1.012	1.187	0.938	1.291	0.855	1.407	0.777	1.534	0.698	1.675	0.620	1.821	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
24	1.035	1.201	0.961	1.298	0.882	1.405	0.804	1.528	0.728	1.658	0.652	1.797	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
25	1.058	1.215	0.981	1.305	0.908	1.405	0.831	1.523	0.755	1.645	0.682	1.776	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
26	1.072	1.222	1.001	1.312	0.928	1.401	0.855	1.518	0.783	1.633	0.711	1.753	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
27	1.089	1.233	1.019	1.319	0.949	1.415	0.878	1.515	0.808	1.624	0.738	1.740	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
28	1.104	1.245	1.032	1.325	0.969	1.415	0.900	1.513	0.832	1.618	0.764	1.725	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
29	1.119	1.254	1.044	1.332	0.989	1.418	0.921	1.512	0.855	1.613	0.788	1.718	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
30	1.133	1.263	1.054	1.339	1.006	1.421	0.941	1.511	0.877	1.608	0.812	1.707	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
31	1.147	1.273	1.065	1.345	1.023	1.425	0.960	1.510	0.897	1.603	0.835	1.694	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
32	1.160	1.282	1.076	1.352	1.040	1.428	0.979	1.510	0.915	1.597	0.858	1.680	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
33	1.172	1.291	1.084	1.358	1.055	1.432	0.996	1.510	0.934	1.591	0.881	1.667	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
34	1.184	1.298	1.094	1.364	1.070	1.435	1.012	1.511	0.954	1.584	0.904	1.654	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
35	1.195	1.307	1.103	1.370	1.085	1.439	1.028	1.512	0.971	1.581	0.914	1.641	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
36	1.206	1.315	1.113	1.376	1.098	1.442	1.043	1.513	0.988	1.580	0.932	1.627	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
37	1.217	1.323	1.123	1.382	1.111	1.446	1.058	1.514	1.004	1.580	0.950	1.612	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
38	1.227	1.330	1.132	1.388	1.124	1.449	1.072	1.515	1.019	1.580	0.966	1.608	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
39	1.237	1.337	1.141	1.393	1.137	1.453	1.085	1.517	1.034	1.581	0.982	1.603	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
40	1.246	1.344	1.150	1.398	1.148	1.457	1.098	1.518	1.048	1.581	0.997	1.602	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
45	1.288	1.376	1.245	1.423	1.205	1.474	1.115	1.520	1.111	1.584	1.065	1.643	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
50	1.324	1.403	1.285	1.446	1.245	1.491	1.205	1.518	1.154	1.587	1.123	1.638	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
55	1.354	1.427	1.320	1.466	1.284	1.505	1.247	1.546	1.208	1.592	1.172	1.638	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
60	1.383	1.441	1.350	1.484	1.317	1.520	1.283	1.558	1.240	1.604	1.211	1.642	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
65	1.407	1.458	1.377	1.500	1.346	1.534	1.313	1.570	1.273	1.617	1.233	1.645	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
70	1.429	1.485	1.400	1.515	1.372	1.546	1.343	1.576	1.313	1.617	1.253	1.645	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
75	1.448	1.501	1.422	1.529	1.395	1.557	1.368	1.587	1.340	1.617	1.273	1.645	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
80	1.466	1.515	1.441	1.541	1.419	1.568	1.401	1.603	1.355	1.620	1.282	1.657	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
85	1.482	1.528	1.458	1.553	1.432	1.578	1.417	1.603	1.355	1.620	1.282	1.657	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
90	1.496	1.540	1.474	1.562	1.452	1.587	1.429	1.611	1.406	1.630	1.285	1.661	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
95	1.510	1.552	1.489	1.571	1.468	1.594	1.445	1.618	1.425	1.642	1.403	1.664	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
100	1.522	1.562	1.503	1.582	1.482	1.604	1.462	1.625	1.441	1.647	1.421	1.670	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
150	1.613	1.637	1.626	1.651	1.584	1.655	1.571	1.679	1.557	1.695	1.541	1.708	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044
200	1.664	1.684	1.653	1.693	1.643	1.704	1.633	1.715	1.623	1.725	1.613	1.735	0.213	2.319	0.241	2.561	0.178	2.811	0.127	3.044

n	K=11		K=12		K=13		K=14		K=15		K=16		K=17		K=18		K=19		K=20	
	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂
16	0.060	1.446	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
17	0.084	1.286	0.055	1.506	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18	0.113	1.146	0.075	1.358	0.040	1.557	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
19	0.145	1.023	0.102	1.242	0.067	1.420	0.043	1.601	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20	0.178	0.914	0.131	1.102	0.092	1.297	0.061	1.474	0.038	1.639	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
21	0.212	0.817	0.162	1.006	0.119	1.183	0.084	1.358	0.055	1.521	0.035	1.671	—	—	—	—	—	—	—	—
22	0.246	0.729	0.194	0.920	0.148	1.084	0.109	1.252	0.077	1.412	0.046	1.562	0.032	1.705	—	—	—	—	—	—
23	0.281	0.651	0.227	0.822	0.178	0.991	0.144	1.155	0.105	1.313	0.070	1.493	0.044	1.597	0.029	1.723	—	—	—	—
24	0.315	0.580	0.260	0.744	0.209	0.906	0.165	1.045	0.125	1.218	0.092	1.383	0.063	1.501	0.043	1.629	0.027	1.740	—	—
25	0.348	0.517	0.292	0.674	0.240	0.829	0.194	0.962	0.152	1.121	0.112	1.274	0.081	1.410	0.060	1.538	0.019	1.647	0.025	1.764
26	0.381	0.460	0.324	0.610	0.272	0.758	0.224	0.906	0.180	1.038	0.141	1.191	0.107	1.325	0.079	1.452	0.055	1.572	0.030	1.682
27	0.413	0.409	0.356	0.552	0.303	0.694	0.257	0.836	0.208	0.958	0.167	1.113	0.121	1.245	0.100	1.371	0.073	1.493	0.031	1.602
28	0.444	0.363	0.387	0.499	0.335	0.635	0.289	0.772	0.237	0.894	0.194	1.040	0.134	1.189	0.122	1.294	0.093	1.412	0.032	1.524
29	0.474	0.321	0.417	0.451	0.368	0.582	0.319	0.715	0.266	0.843	0.222	0.975	0.147	1.138	0.146	1.223	0.114	1.338	0.033	1.450
30	0.503	0.283	0.447	0.407	0.399	0.533	0.342	0.659	0.294	0.783	0.249	0.909	0.160	1.087	0.159	1.152	0.127	1.267	0.034	1.379
31	0.531	0.248	0.475	0.367	0.427	0.487	0.371	0.609	0.322	0.730	0.277	0.851	0.173	0.970	0.176	1.087	0.139	1.201	0.035	1.311
32	0.558	0.216	0.503	0.330	0.455	0.445	0.399	0.563	0.350	0.680	0.304	0.797	0.186	0.929	0.189	1.007	0.151	1.135	0.036	1.246
33	0.585	0.187	0.530	0.296	0.477	0.408	0.428	0.520	0.377	0.633	0.331	0.748	0.198	0.888	0.201	0.926	0.163	1.068	0.037	1.184
34	0.610	0.160	0.556	0.266	0.503	0.373	0.452	0.481	0.404	0.580	0.357	0.699	0.210	0.847	0.214	0.845	0.175	1.000	0.038	1.124
35	0.634	0.136	0.581	0.237	0.529	0.340	0.478	0.444	0.430	0.536	0.383	0.655	0.222	0.806	0.226	0.804	0.187	0.932	0.039	1.074
36	0.658	0.113	0.605	0.210	0.554	0.310	0.504	0.410	0.455	0.512	0.409	0.611	0.234	0.765	0.238	0.763	0.199	0.864	0.040	1.028
37	0.680	0.092	0.628	0.186	0.578	0.282	0.528	0.379	0.480	0.437	0.434	0.578	0.246	0.724	0.250	0.722	0.211	0.796	0.041	0.982
38	0.702	0.071	0.651	0.164	0.600	0.256	0.552	0.350	0.504	0.445	0.458	0.540	0.258	0.683	0.262	0.681	0.223	0.748	0.042	0.936
39	0.723	0.051	0.673	0.143	0.623	0.232	0.575	0.325	0.526	0.454	0.482	0.507	0.270	0.642	0.274	0.640	0.235	0.700	0.043	0.890
40	0.744	0.039	0.695	0.123	0.645	0.210	0.597	0.299	0.551	0.462	0.505	0.476	0.282	0.601	0.286	0.600	0.247	0.652	0.044	0.844
41	0.765	0.027	0.717	0.104	0.667	0.189	0.620	0.273	0.573	0.480	0.513	0.450	0.294	0.560	0.298	0.558	0.259	0.604	0.045	0.798
42	0.785	0.016	0.738	0.085	0.688	0.168	0.642	0.247	0.595	0.498	0.520	0.424	0.306	0.519	0.310	0.517	0.271	0.556	0.046	0.752
43	0.805	0.005	0.759	0.066	0.709	0.147	0.664	0.221	0.617	0.516	0.527	0.403	0.318	0.478	0.322	0.476	0.283	0.514	0.047	0.706
44	0.825	—	0.780	0.047	0.730	0.126	0.686	0.195	0.639	0.534	0.538	0.382	0.330	0.438	0.334	0.436	0.295	0.472	0.048	0.660
45	0.845	—	0.801	0.028	0.751	0.105	0.708	0.174	0.661	0.552	0.542	0.356	0.342	0.419	0.340	0.417	0.307	0.428	0.049	0.614
46	0.865	—	0.821	0.009	0.772	0.084	0.729	0.153	0.683	0.566	0.546	0.328	0.348	0.390	0.342	0.388	0.319	0.380	0.050	0.568
47	0.885	—	0.841	—	0.793	0.063	0.750	0.132	0.705	0.580	0.550	0.300	0.358	0.370	0.354	0.370	0.331	0.362	0.051	0.522
48	0.905	—	0.861	—	0.814	0.042	0.771	0.111	0.726	0.594	0.559	0.272	0.368	0.380	0.366	0.380	0.343	0.344	0.052	0.476
49	0.925	—	0.881	—	0.835	0.021	0.792	0.090	0.747	0.608	0.568	0.244	0.378	0.390	0.372	0.390	0.355	0.315	0.053	0.430
50	0.945	—	0.901	—	0.856	0.000	0.813	0.069	0.768	0.622	0.577	0.216	0.388	0.400	0.384	0.400	0.369	0.307	0.054	0.384
51	0.965	—	0.921	—	0.877	—	0.834	0.048	0.789	0.636	0.586	0.188	0.398	0.410	0.396	0.410	0.381	0.289	0.055	0.338
52	0.985	—	0.941	—	0.898	—	0.859	0.027	0.810	0.650	0.596	0.160	0.408	0.420	0.402	0.420	0.393	0.271	0.056	0.292
53	1.005	—	0.961	—	0.919	—	0.881	0.006	0.831	0.664	0.609	0.132	0.418	0.430	0.412	0.430	0.405	0.253	0.057	0.246
54	1.025	—	0.981	—	0.939	—	0.901	—	0.851	0.678	0.619	0.104	0.428	0.440	0.422	0.440	0.417	0.235	0.058	0.200
55	1.045	—	1.001	—	0.959	—	0.921	—	0.871	0.692	0.629	0.076	0.438	0.450	0.432	0.450	0.429	0.217	0.059	0.154
56	1.065	—	1.021	—	0.979	—	0.941	—	0.891	0.706	0.641	0.048	0.448	0.460	0.442	0.460	0.439	0.199	0.060	0.108
57	1.085	—	1.041	—	0.999	—	0.961	—	0.911	0.720	0.651	—	0.458	0.470	0.452	0.470	0.450	0.181	0.061	0.062
58	1.105	—	1.061	—	1.019	—	0.981	—	0.931	0.734	0.665	—	0.468	0.480	0.462	0.480	0.459	0.163	0.062	—
59	1.125	—	1.081	—	1.039	—	1.001	—	0.951	0.748	0.679	—	0.478	0.490	0.470	0.490	0.469	0.145	0.063	—
60	1.145	—	1.101	—	1.059	—	1.021	—	0.971	0.762	0.693	—	0.488	0.500	0.480	0.500	0.479	0.127	0.064	—
61	1.165	—	1.121	—	1.079	—	1.041	—	0.991	0.776	0.707	—	0.498	0.510	0.490	0.510	0.489	0.109	0.065	—
62	1.185	—	1.141	—	1.099	—	1.061	—	1.011	0.790	0.721	—	0.508	0.520	0.500	0.520	0.500	0.091	0.066	—
63	1.205	—	1.161	—	1.119	—	1.081	—	1.031	0.804	0.735	—	0.518	0.530	0.510	0.530	0.510	0.073	0.067	—
64	1.225	—	1.181	—	1.139	—	1.101	—	1.051	0.818	0.749	—	0.528	0.540	0.520	0.540	0.520	0.055	0.068	—
65	1.245	—	1.201	—	1.159	—	1.121	—	1.071	0.832	0.763	—	0.538	0.550	0.530	0.550	0.530	0.037	0.069	—
66	1.265	—	1.221	—	1.179	—	1.141	—	1.091	0.846	0.777	—	0.548	0.560	0.540	0.560	0.540	0.019	0.070	—
67	1.285	—	1.241	—	1.199	—	1.161	—	1.111	0.860	0.791	—	0.558	0.570	0.550	0.570	0.550	—	0.071	—
68	1.305	—	1.261	—	1.219	—	1.181	—	1.131	0.874	0.805	—	0.568	0.580	0.560	0.580	0.560	—	—	—
69	1.325	—	1.281	—	1.239	—	1.201	—	1.151	0.888	0.819	—	0.578	0.590	0.570	0.590	0.570	—	—	—
70	1.345	—	1.301	—	1.259	—	1.221	—	1.171	0.902	0.833	—	0.588	0.600	0.580	0.600	0.580	—	—	—
71	1.365	—	1.321	—	1.279	—	1.241	—	1.191	0.916	0.847	—	0.598	0.610	0.590	0.610	0.590	—	—	—
72	1.385	—	1.341	—	1.299	—	1.261	—	1.211	0.930	0.861	—	0.608	0.620	0.600	0.620	0.600	—	—	—
73	1.405	—	1.361	—	1.319	—	1.281	—	1.231	0.944	0.875	—	0.618	0.630	0.610	0.630	0.610	—	—	—
74	1.425	—	1.381	—	1.339	—	1.301	—	1.251	0.958	0.889	—	0.628	0.640	0.620					

A-6 Appendix Tables

Table A.3 Standard Normal Curve Areas

$$(z) = P(Z \leq z)$$



z	.09	.08	.07	.06	.05	.04	.03	.02	.01	.00
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0004	.0004	.0004	.0004	.0005
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0005	.0005	.0006	.0006	.0006	.0006	.0007
-3.2	.0007	.0007	.0007	.0007	.0008	.0008	.0008	.0008	.0008	.0009
-3.1	.0010	.0010	.0010	.0010	.0011	.0011	.0011	.0011	.0011	.0012
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0013	.0014	.0014	.0014	.0014	.0014	.0015
-2.9	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0016	.0016	.0016	.0017
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0022	.0022	.0022	.0023
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0031	.0030	.0030	.0030	.0031
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0041	.0040	.0040	.0040	.0041
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0053	.0053	.0053	.0054
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0068	.0069
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0088	.0089
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0114	.0113
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0352	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0722	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0969	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2674	.2640	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2948	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3155	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3482
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3935	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

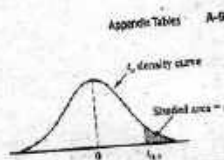
(continued)

Table A.3 Standard Normal Curve Areas (cont.)

 $\Phi(z) = P(Z \leq z)$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5831	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7485	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9278	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9583	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

Table A.5 Critical Values for t Distributions



v	α					
	.10	.05	.025	.01	.005	.001
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31
2	1.885	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.941	10.213
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	1.415	1.895	2.345	2.998	3.499	4.785
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.189	4.144
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.136	4.025
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.095	3.930
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.062	3.852
14	1.345	1.761	2.145	2.624	3.032	3.787
15	1.341	1.753	2.131	2.602	3.007	3.733
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.984	3.686
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.964	3.646
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.946	3.610
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.931	3.579
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.918	3.552
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.907	3.527
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.897	3.505
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.887	3.485
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.879	3.467
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.872	3.450
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.865	3.435
27	1.314	1.704	2.052	2.473	2.859	3.421
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.853	3.408
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.848	3.396
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.843	3.385
32	1.309	1.694	2.037	2.449	2.838	3.365
34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.834	3.348
36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.830	3.333
38	1.304	1.686	2.024	2.429	2.826	3.319
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.822	3.307
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.804	3.262
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.789	3.232
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.764	3.160
	1.282	1.645	1.960	2.326	2.738	3.090

Table A.6 Tolerance Critical Values for Normal Population Distributions

Confidence Level % of Population Captured	Two-sided Interval				One-sided Interval			
	≥ 90%	≥ 95%	≥ 99%	≥ 99.9%	≥ 90%	≥ 95%	≥ 99%	≥ 99.9%
2	12.010	17.674	48.430	160.193	18.649	26.230	50.281	20.282
3	8.330	9.916	12.861	18.939	22.801	29.055	37.094	23.426
4	6.369	6.910	1.299	9.398	11.150	14.527	18.553	13.905
5	4.275	5.079	6.654	6.032	7.855	10.260	13.407	10.083
6	3.712	4.414	5.775	5.337	6.345	8.701	10.066	8.599
7	3.369	4.007	5.248	4.913	5.498	7.187	9.276	7.335
8	3.136	3.712	4.891	4.147	4.986	6.460	8.582	6.412
9	2.967	3.572	4.631	3.822	4.580	5.966	8.031	5.817
10	2.839	3.376	4.433	3.582	4.265	5.594	7.555	5.389
11	2.737	3.259	4.277	3.397	4.045	5.308	7.275	5.074
12	2.655	3.162	4.159	3.256	3.870	5.079	7.010	4.829
13	2.587	3.081	4.064	3.140	3.727	4.893	6.771	4.633
14	2.528	2.995	3.985	3.049	3.600	4.737	6.559	4.472
15	2.480	2.954	3.878	2.945	3.507	4.603	6.368	4.337
16	2.437	2.905	3.812	2.873	3.421	4.492	6.202	4.222
17	2.399	2.858	3.754	2.808	3.345	4.393	6.064	4.133
18	2.366	2.819	3.702	2.753	3.278	4.307	5.944	4.057
19	2.337	2.784	3.656	2.703	3.221	4.230	5.837	3.980
20	2.310	2.752	3.615	2.659	3.168	4.161	5.742	3.912
25	2.208	2.611	3.457	2.494	2.972	3.904	5.355	3.601
30	2.140	2.509	3.350	2.385	2.861	3.733	5.177	3.447
35	2.080	2.430	3.272	2.306	2.748	3.611	5.057	3.334
40	2.032	2.365	3.213	2.247	2.677	3.518	4.967	3.249
45	2.001	2.308	3.165	2.206	2.621	3.444	4.899	3.180
50	1.986	2.279	3.126	2.182	2.576	3.385	4.846	3.125
55	1.978	2.253	3.096	2.163	2.536	3.325	4.799	3.078
60	1.972	2.229	3.071	2.146	2.506	3.273	4.755	3.038
65	1.967	2.207	3.048	2.130	2.484	3.225	4.713	2.997
70	1.963	2.187	3.028	2.115	2.464	3.180	4.672	2.958
75	1.959	2.168	3.010	2.101	2.445	3.138	4.632	2.920
80	1.956	2.150	2.994	2.088	2.427	3.100	4.594	2.883
85	1.953	2.133	2.979	2.076	2.410	3.064	4.557	2.847
90	1.950	2.117	2.965	2.065	2.394	3.030	4.521	2.812
95	1.947	2.102	2.952	2.055	2.379	3.000	4.486	2.778
99	1.943	2.070	2.920	2.020	2.341	2.933	4.418	2.699
99.9	1.940	2.038	2.888	2.000	2.300	2.866	4.350	2.620
99.99	1.937	2.006	2.856	1.980	2.260	2.800	4.282	2.541
99.999	1.934	1.974	2.824	1.960	2.220	2.733	4.214	2.462
99.9999	1.931	1.942	2.792	1.940	2.180	2.666	4.146	2.383
99.99999	1.928	1.910	2.760	1.920	2.140	2.600	4.078	2.304
99.999999	1.925	1.878	2.728	1.900	2.100	2.533	4.010	2.225
99.9999999	1.922	1.846	2.696	1.880	2.060	2.466	3.942	2.146
99.99999999	1.919	1.814	2.664	1.860	2.020	2.400	3.874	2.067
99.999999999	1.916	1.782	2.632	1.840	1.980	2.333	3.806	1.988
99.9999999999	1.913	1.750	2.600	1.820	1.940	2.266	3.738	1.909
99.99999999999	1.910	1.718	2.568	1.800	1.900	2.200	3.670	1.830
99.999999999999	1.907	1.686	2.536	1.780	1.860	2.133	3.602	1.751
99.9999999999999	1.904	1.654	2.504	1.760	1.820	2.066	3.534	1.672
99.99999999999999	1.901	1.622	2.472	1.740	1.780	2.000	3.466	1.593
99.999999999999999	1.898	1.590	2.440	1.720	1.740	1.933	3.398	1.514
99.9999999999999999	1.895	1.558	2.408	1.700	1.700	1.866	3.330	1.435
99.99999999999999999	1.892	1.526	2.376	1.680	1.660	1.800	3.262	1.356
99.999999999999999999	1.889	1.494	2.344	1.660	1.620	1.733	3.194	1.277
99.9999999999999999999	1.886	1.462	2.312	1.640	1.580	1.666	3.126	1.198
99.99999999999999999999	1.883	1.430	2.280	1.620	1.540	1.600	3.058	1.119
99.999999999999999999999	1.880	1.398	2.248	1.600	1.500	1.533	2.990	1.040
99.9999999999999999999999	1.877	1.366	2.216	1.580	1.460	1.466	2.922	0.961
99.99999999999999999999999	1.874	1.334	2.184	1.560	1.420	1.400	2.854	0.882
99.999999999999999999999999	1.871	1.302	2.152	1.540	1.380	1.333	2.786	0.803
99.9999999999999999999999999	1.868	1.270	2.120	1.520	1.340	1.266	2.718	0.724
99.99999999999999999999999999	1.865	1.238	2.088	1.500	1.300	1.200	2.650	0.645
99.999999999999999999999999999	1.862	1.206	2.056	1.480	1.260	1.133	2.582	0.566
99.9999999999999999999999999999	1.859	1.174	2.024	1.460	1.220	1.066	2.514	0.487
99.99999999999999999999999999999	1.856	1.142	1.992	1.440	1.180	1.000	2.446	0.408
99.999999999999999999999999999999	1.853	1.110	1.960	1.420	1.140	0.933	2.378	0.329
99.9999999999999999999999999999999	1.850	1.078	1.928	1.400	1.100	0.866	2.310	0.250
99.99999999999999999999999999999999	1.847	1.046	1.896	1.380	1.060	0.800	2.242	0.171
99.999999999999999999999999999999999	1.844	1.014	1.864	1.360	1.020	0.733	2.174	0.092
99.9999999999999999999999999999999999	1.841	0.982	1.832	1.340	0.980	0.666	2.106	0.013
99.99999999999999999999999999999999999	1.838	0.950	1.800	1.320	0.940	0.600	2.038	-0.066
99.999999999999999999999999999999999999	1.835	0.918	1.768	1.300	0.900	0.533	1.970	-0.147
99.9999999999999999999999999999999999999	1.832	0.886	1.736	1.280	0.860	0.466	1.902	-0.228
99.99999999999999999999999999999999999999	1.829	0.854	1.704	1.260	0.820	0.400	1.834	-0.309
99.999999999999999999999999999999999999999	1.826	0.822	1.672	1.240	0.780	0.333	1.766	-0.390
99.99	1.823	0.790	1.640	1.220	0.740	0.266	1.698	-0.471
99.999	1.820	0.758	1.608	1.200	0.700	0.200	1.630	-0.552
99.99	1.817	0.726	1.576	1.180	0.660	0.133	1.562	-0.633
99.999	1.814	0.694	1.544	1.160	0.620	0.066	1.494	-0.714
99.99	1.811	0.662	1.512	1.140	0.580	0.000	1.426	-0.795
99.999	1.808	0.630	1.480	1.120	0.540	-0.066	1.358	-0.876
99.99	1.805	0.598	1.448	1.100	0.500	-0.133	1.290	-0.957
99.999	1.802	0.566	1.416	1.080	0.460	-0.200	1.222	-1.038
99.99	1.799	0.534	1.384	1.060	0.420	-0.266	1.154	-1.119
99.999	1.796	0.502	1.352	1.040	0.380	-0.333	1.086	-1.200
99.99	1.793	0.470	1.320	1.020	0.340	-0.400	1.018	-1.281
99.999	1.790	0.438	1.288	1.000	0.300	-0.466	950	-1.362
99.99	1.787	0.406	1.256	0.980	0.260	-0.533	882	-1.443
99.999	1.784	0.374	1.224	0.960	0.220	-0.600	814	-1.524
99.99	1.781	0.342	1.192	0.940	0.180	-0.666	746	-1.605
99.999	1.778	0.310	1.160	0.920	0.140	-0.733	678	-1.686
99.99	1.775	0.278	1.128	0.900	0.100	-0.800	610	-1.767
99.999	1.772	0.246	1.096	0.880	0.060	-0.866	542	-1.848
99.99	1.769	0.214	1.064	0.860	0.020	-0.933	474	-1.929
99.999	1.766	0.182	1.032	0.840	-0.020	-1.000	406	-2.010
99.99	1.763	0.150	1.000	0.820	-0.080	-1.066	338	-2.091
99.999	1.760	0.118	0.968	0.800	-0.140	-1.133	270	-2.172
99.99	1.757	0.086	0.936	0.780	-0.200	-1.200	202	-2.253
99.999	1.754	0.054	0.904	0.760	-0.260	-1.266	134	-2.334
99.99	1.751	0.022	0.872	0.740	-0.320	-1.333	66	-2.415
99.999	1.748	-0.010	0.840	0.720	-0.380	-1.400	-2	-2.496

Copyright 2000 Cengage Learning. All Rights Reserved. May not be copied, scanned, or duplicated, in whole or in part. Due to electronic rights, some third party content may be suppressed from the eBook and/or eChapter(s). Editorial review has determined that any suppressed content does not materially affect the overall learning experience. Cengage Learning reserves the right to remove additional content at any time if subsequent rights restrictions require it.

Table A.7 Critical Values for Chi-Squared Distributions



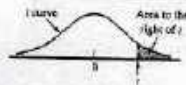
v	alpha									
	.995	.99	.975	.95	.90	.80	.65	.50	.35	.25
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	0.708	1.843	3.841	5.024	6.637
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.879	9.348	11.344	12.837
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.832	15.085	16.749
6	0.676	0.872	1.237	1.625	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.012	18.474	20.276
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.534	20.090	21.954
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.022	21.665	23.587
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.724	26.755
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.305
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.041	19.812	22.362	24.735	27.687	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.600	5.228	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.577	32.799
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.407	7.564	8.682	10.085	24.769	27.587	30.190	33.408	35.716
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.845	7.632	8.906	10.117	11.651	27.203	30.143	32.852	36.190	38.580
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.033	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.670	35.478	38.930	41.399
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.042	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.195	11.688	13.090	14.848	32.007	35.172	38.075	41.637	44.179
24	9.884	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.558
25	10.518	11.523	13.120	14.601	16.473	34.381	37.652	40.646	44.313	46.925
26	11.160	12.196	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.280
27	11.807	12.878	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.194	46.963	49.642
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.120	14.256	16.147	17.708	19.768	39.087	42.557	45.772	49.585	52.333
30	13.787	14.954	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
31	14.457	15.655	17.538	19.280	21.433	41.422	44.985	48.231	52.190	55.000
32	15.134	16.360	18.291	20.072	22.271	42.585	46.194	49.480	53.486	56.328
33	15.814	17.073	19.046	20.866	23.110	43.745	47.400	50.724	54.774	57.646
34	16.501	17.789	19.806	21.664	23.952	44.903	48.602	51.966	56.061	58.964
35	17.191	18.508	20.569	22.465	24.796	46.059	49.802	53.203	57.340	60.272
36	17.887	19.233	21.336	23.269	25.643	47.212	50.998	54.437	58.619	61.581
37	18.584	19.960	22.105	24.075	26.492	48.363	52.192	55.667	59.891	62.880
38	19.289	20.691	22.878	24.884	27.343	49.513	53.384	56.894	61.162	64.181
39	19.994	21.425	23.654	25.695	28.196	50.660	54.572	58.119	62.426	65.473
40	20.706	22.164	24.433	26.509	29.050	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766

$$\text{For } v > 40, \chi^2_{\alpha} \approx \left(1 - \frac{2}{9v} + z_{\alpha} \sqrt{\frac{2}{9v}}\right)^3$$

Copyright 2010 Cengage Learning. All Rights Reserved. May not be copied, scanned, or duplicated, in whole or in part. Due to electronic rights, some third party content may be suppressed from the eBook and/or eChapter(s). Editorial review has determined that any suppressed content does not materially affect the overall learning experience. Cengage Learning reserves the right to remove additional content at any time if subsequent rights restrictions require it.

A-12 Appendix Tables

Table A.8 t Curve Tail Areas



α	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0.0	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500
0.1	.468	.465	.463	.462	.462	.462	.462	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461
0.2	.437	.430	.427	.426	.425	.424	.424	.423	.423	.423	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422
0.3	.407	.396	.392	.390	.388	.387	.386	.385	.385	.385	.384	.384	.384	.384	.384	.384	.384	.384
0.4	.379	.364	.358	.355	.353	.352	.351	.350	.349	.349	.348	.348	.348	.347	.347	.347	.347	.347
0.5	.352	.333	.326	.322	.319	.317	.316	.315	.315	.314	.313	.313	.313	.312	.312	.312	.312	.312
0.6	.328	.305	.295	.290	.287	.285	.284	.283	.282	.281	.280	.280	.279	.279	.279	.278	.278	.278
0.7	.306	.278	.267	.261	.258	.255	.253	.252	.251	.250	.249	.249	.248	.247	.247	.247	.247	.246
0.8	.285	.254	.241	.234	.230	.227	.225	.223	.222	.221	.220	.220	.219	.218	.218	.218	.217	.217
0.9	.267	.232	.217	.210	.205	.201	.199	.197	.196	.195	.194	.193	.192	.191	.191	.191	.190	.190
1.0	.250	.211	.196	.187	.182	.178	.175	.173	.172	.170	.169	.169	.168	.167	.167	.166	.166	.165
1.1	.235	.193	.176	.167	.162	.157	.154	.152	.150	.149	.147	.146	.146	.144	.144	.144	.143	.143
1.2	.221	.177	.158	.148	.142	.138	.135	.132	.130	.129	.128	.127	.126	.124	.124	.124	.123	.123
1.3	.209	.162	.142	.132	.125	.121	.117	.115	.113	.111	.110	.109	.108	.107	.107	.106	.105	.105
1.4	.197	.148	.128	.117	.110	.106	.102	.100	.098	.096	.095	.094	.093	.092	.091	.091	.090	.089
1.5	.187	.136	.115	.104	.097	.092	.089	.086	.084	.082	.081	.080	.079	.077	.077	.076	.075	.075
1.6	.178	.125	.104	.092	.085	.080	.077	.074	.072	.070	.069	.068	.067	.065	.065	.064	.064	.064
1.7	.169	.116	.094	.082	.075	.070	.066	.064	.062	.060	.059	.057	.056	.055	.053	.054	.054	.053
1.8	.161	.107	.085	.073	.066	.061	.057	.055	.053	.051	.050	.049	.048	.046	.046	.045	.045	.044
1.9	.154	.099	.077	.065	.058	.053	.050	.047	.045	.043	.042	.041	.040	.038	.038	.038	.037	.037
2.0	.148	.092	.070	.058	.051	.046	.043	.040	.038	.037	.035	.034	.033	.032	.032	.031	.031	.030
2.1	.141	.085	.063	.052	.045	.040	.037	.034	.032	.031	.030	.029	.028	.027	.027	.026	.025	.025
2.2	.135	.079	.058	.046	.040	.035	.032	.029	.028	.026	.025	.024	.023	.022	.022	.021	.021	.021
2.3	.131	.074	.052	.041	.035	.031	.027	.025	.023	.022	.021	.020	.019	.018	.018	.017	.017	.017
2.4	.126	.069	.048	.037	.031	.027	.024	.022	.020	.019	.018	.017	.016	.015	.015	.014	.014	.014
2.5	.121	.065	.044	.033	.027	.023	.020	.018	.017	.016	.015	.014	.013	.012	.012	.011	.011	.011
2.6	.117	.061	.040	.030	.024	.020	.018	.016	.014	.013	.012	.011	.010	.010	.010	.010	.009	.009
2.7	.113	.057	.037	.027	.021	.018	.015	.014	.012	.011	.010	.010	.009	.008	.008	.008	.007	.007
2.8	.109	.054	.034	.024	.019	.016	.013	.012	.010	.009	.009	.008	.008	.007	.007	.006	.006	.006
2.9	.106	.051	.031	.022	.017	.014	.011	.010	.009	.008	.007	.007	.006	.005	.005	.005	.005	.005
3.0	.102	.048	.029	.020	.015	.012	.010	.009	.007	.007	.006	.006	.005	.004	.004	.004	.004	.004
3.1	.099	.045	.027	.018	.013	.011	.009	.007	.006	.005	.005	.005	.004	.004	.004	.003	.003	.003
3.2	.096	.043	.025	.016	.012	.009	.008	.006	.005	.005	.004	.004	.003	.003	.003	.003	.003	.003
3.3	.094	.040	.023	.015	.011	.008	.007	.005	.005	.004	.004	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002
3.4	.091	.038	.021	.014	.010	.007	.006	.005	.004	.003	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.002
3.5	.089	.035	.020	.012	.009	.006	.005	.004	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001
3.6	.086	.035	.018	.011	.008	.006	.004	.004	.003	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001
3.7	.084	.033	.017	.010	.007	.005	.004	.003	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.8	.082	.031	.016	.010	.006	.004	.003	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.9	.080	.029	.015	.009	.006	.004	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
4.0	.078	.029	.014	.008	.005	.004	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001

(continued)

Copyright 2014 Cengage Learning. All Rights Reserved. May not be copied, scanned, or duplicated, in whole or in part. Due to electronic rights, some third party content may be suppressed from the eBook and/or eChapter(s). Editorial review has determined that any suppressed content does not materially affect the overall learning experience. Cengage Learning reserves the right to remove additional content at any time if subsequent rights restrictions require it.

P.T.O.

Table A.13 t Curve Tail Areas (cont.)



t	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	35	40	50	100	120	∞
0.0	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500
0.1	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461
0.2	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422
0.3	.384	.384	.384	.384	.384	.384	.384	.384	.384	.384	.384	.384	.384	.384	.384	.384	.384	.384
0.4	.347	.347	.347	.347	.347	.347	.347	.347	.347	.347	.347	.347	.347	.347	.347	.347	.347	.347
0.5	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311
0.6	.278	.278	.278	.278	.278	.278	.278	.278	.278	.278	.278	.278	.278	.278	.278	.278	.278	.278
0.7	.246	.246	.246	.246	.246	.246	.246	.246	.246	.246	.246	.246	.246	.246	.246	.246	.246	.246
0.8	.217	.217	.217	.217	.217	.217	.217	.217	.217	.217	.217	.217	.217	.217	.217	.217	.217	.217
0.9	.190	.189	.189	.189	.189	.189	.189	.189	.189	.189	.189	.189	.189	.189	.189	.189	.189	.189
1.0	.165	.165	.164	.164	.164	.164	.164	.163	.163	.163	.163	.163	.163	.163	.163	.163	.163	.163
1.1	.143	.142	.142	.142	.141	.141	.141	.141	.141	.140	.140	.140	.140	.140	.140	.140	.140	.140
1.2	.123	.122	.122	.121	.121	.121	.121	.120	.120	.120	.120	.120	.120	.120	.120	.120	.120	.120
1.3	.105	.104	.104	.104	.103	.103	.103	.103	.102	.102	.102	.102	.102	.102	.102	.102	.102	.102
1.4	.089	.089	.088	.088	.087	.087	.087	.087	.086	.086	.086	.086	.086	.086	.086	.086	.086	.086
1.5	.075	.075	.074	.074	.074	.073	.073	.073	.073	.072	.072	.072	.072	.072	.072	.072	.072	.072
1.6	.063	.063	.062	.062	.061	.061	.061	.061	.060	.060	.060	.060	.060	.060	.060	.060	.060	.060
1.7	.053	.052	.052	.052	.051	.051	.051	.051	.050	.050	.050	.050	.050	.050	.050	.050	.050	.050
1.8	.044	.043	.043	.043	.042	.042	.042	.042	.041	.041	.041	.041	.041	.041	.041	.041	.041	.041
1.9	.038	.038	.037	.037	.037	.036	.036	.036	.036	.035	.035	.035	.035	.035	.035	.035	.035	.035
2.0	.030	.030	.029	.029	.029	.028	.028	.028	.028	.027	.027	.027	.027	.027	.027	.027	.027	.027
2.1	.025	.024	.024	.024	.023	.023	.023	.023	.022	.022	.022	.022	.022	.022	.022	.022	.022	.022
2.2	.020	.020	.020	.020	.019	.019	.019	.019	.018	.018	.018	.018	.018	.018	.018	.018	.018	.018
2.3	.016	.016	.016	.016	.015	.015	.015	.015	.015	.014	.014	.014	.014	.014	.014	.014	.014	.014
2.4	.013	.013	.013	.013	.012	.012	.012	.012	.012	.011	.011	.011	.011	.011	.011	.011	.011	.011
2.5	.011	.011	.011	.011	.010	.010	.010	.010	.010	.009	.009	.009	.009	.009	.009	.009	.009	.009
2.6	.009	.009	.008	.008	.008	.008	.008	.008	.007	.007	.007	.007	.007	.007	.007	.007	.007	.007
2.7	.007	.007	.007	.007	.006	.006	.006	.006	.006	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005
2.8	.006	.006	.006	.006	.005	.005	.005	.005	.005	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004
2.9	.005	.005	.005	.005	.004	.004	.004	.004	.004	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003
3.0	.004	.004	.004	.004	.003	.003	.003	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002
3.1	.003	.003	.003	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002
3.2	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.3	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.4	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.5	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.6	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.7	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.8	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.9	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
4.0	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001

Copyright 2010 Cengage Learning. All Rights Reserved. May not be copied, scanned, or duplicated, in whole or in part. Due to electronic rights, some third party content may be suppressed from the eBook and/or eChapter(s). Editorial review has determined that any suppressed content does not materially affect the overall learning experience. Cengage Learning reserves the right to remove additional content at any time if subsequent rights restrictions require it.

A-14 Appendix Tables

Table A.9 Critical Values for F Distributions

		$\nu_1 = \text{numerator df}$								
α	$\nu_2 = \text{denominator df}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.100	1	39.86	49.99	53.59	55.83	57.34	58.20	58.91	59.44	59.86
.050	1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54
.010	1	4052.20	4999.50	5403.40	5624.60	5763.60	5859.00	5928.40	5981.10	6022.50
.001	1	405,284	500,000	540,379	562,500	576,408	585,937	592,873	598,144	602,284
.100	2	8.53	9.00	9.15	9.26	9.35	9.42	9.47	9.51	9.54
.050	2	18.51	19.60	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38
.010	2	98.50	98.60	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39
.001	2	998.50	998.60	999.17	999.25	999.30	999.33	999.36	999.37	999.39
.100	3	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24
.050	3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81
.010	3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35
.001	3	167.03	148.50	141.11	137.10	134.58	132.83	131.58	130.62	129.86
.100	4	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94
.050	4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00
.010	4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66
.001	4	74.34	61.25	56.18	53.44	51.71	50.53	49.56	48.60	48.47
.100	5	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32
.050	5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77
.010	5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16
.001	5	47.18	37.12	33.20	31.09	29.75	28.83	28.16	27.55	27.24
.100	6	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96
.050	6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10
.010	6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.25	8.10	7.98
.001	6	35.51	27.00	23.70	21.92	20.89	20.03	19.46	19.03	18.69
.100	7	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72
.050	7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
.010	7	12.25	9.35	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72
.001	7	29.25	21.69	18.77	17.20	16.21	15.52	15.02	14.63	14.33
.100	8	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56
.050	8	5.22	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39
.010	8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91
.001	8	25.41	18.49	15.85	14.39	13.48	12.86	12.40	12.08	11.77
.100	9	3.36	3.03	2.83	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44
.050	9	5.12	4.36	3.96	3.73	3.58	3.47	3.39	3.32	3.28
.010	9	10.56	8.02	6.96	6.42	6.04	5.80	5.61	5.47	5.35
.001	9	22.86	16.39	13.90	12.56	11.71	11.13	10.70	10.37	10.11
.100	10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35
.050	10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02
.010	10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94
.001	10	21.04	14.91	12.55	11.28	10.48	9.93	9.52	9.20	8.96
.100	11	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27
.050	11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90
.010	11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63
.001	11	19.69	13.81	11.56	10.35	9.58	9.03	8.65	8.35	8.12
.100	12	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21
.050	12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80
.010	12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39
.001	12	18.64	12.97	10.80	9.63	8.89	8.38	8.00	7.71	7.48

(Continued)

Copyright 2010 Cengage Learning. All Rights Reserved. May not be copied, scanned, or duplicated, in whole or in part. Due to electronic rights, some third party content may be suppressed from the eBook and/or eChapter(s). Editorial review has determined that any suppressed content does not materially affect the overall learning experience. Cengage Learning reserves the right to remove additional content at any time if subsequent rights restrictions require it.

P.T.O.

Table A-9 Critical Values for F Distributions (cont.)

Table A.5 Critical Values for F Distribution										
v ₁ = numerator df										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
60.19	60.71	61.22	61.74	62.05	62.26	62.53	62.69	62.79	63.06	63.30
241.88	243.91	245.95	248.01	249.76	250.10	251.14	251.77	252.20	253.23	254.19
5055.80	6106.30	6157.30	6208.70	6239.80	6268.60	6296.80	6322.59	6346.00	6379.40	6362.70
605.621	610.668	615.764	620.908	624.017	626.099	628.712	630.285	631.337	631.972	636.301
9.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.47	9.48	9.49
19.40	19.41	19.43	19.43	19.45	19.46	19.47	19.48	19.48	19.49	19.49
99.40	99.42	99.43	99.43	99.45	99.46	99.47	99.48	99.48	99.49	99.50
999.40	999.42	999.43	999.43	999.45	999.46	999.47	999.48	999.48	999.49	999.50
5.23	5.22	5.20	5.18	5.17	5.17	5.16	5.15	5.15	5.14	5.13
8.79	8.74	8.70	8.66	8.63	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.53
27.23	27.05	26.87	26.69	26.58	26.50	26.41	26.35	26.32	26.22	26.14
129.25	128.32	127.37	126.42	125.84	125.43	124.96	124.66	124.47	123.97	123.53
3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.76
5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.63
14.55	14.37	14.20	14.02	13.91	13.84	13.75	13.69	13.65	13.56	13.47
48.05	47.41	46.76	46.10	45.70	45.43	45.09	44.80	44.75	44.40	44.09
3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.14	3.12	3.11
4.74	4.68	4.62	4.56	4.52	4.50	4.46	4.44	4.43	4.40	4.37
10.05	9.89	9.73	9.55	9.45	9.38	9.29	9.24	9.20	9.11	9.03
26.92	26.42	25.91	25.39	25.08	24.87	24.60	24.44	24.33	24.06	23.82
2.94	2.90	2.87	2.84	2.81	2.80	2.78	2.77	2.76	2.74	2.72
4.06	4.00	3.94	3.87	3.83	3.81	3.77	3.75	3.74	3.70	3.67
7.87	7.72	7.55	7.40	7.30	7.23	7.14	7.09	7.06	6.97	6.89
18.41	17.99	17.56	17.12	16.85	16.67	16.44	16.31	16.21	15.98	15.77
2.70	2.67	2.65	2.59	2.57	2.56	2.54	2.52	2.51	2.49	2.47
3.64	3.57	3.51	3.44	3.40	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.23
6.62	6.47	6.31	6.16	6.06	5.99	5.91	5.86	5.82	5.74	5.66
14.08	13.71	13.32	12.93	12.69	12.53	12.33	12.20	12.12	11.91	11.71
2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.35	2.33	2.34	2.32	2.30
3.35	3.28	3.22	3.15	3.11	3.08	3.06	3.02	3.00	2.97	2.93
5.91	5.67	5.52	5.36	5.26	5.20	5.12	5.07	5.03	4.95	4.87
11.54	11.19	10.84	10.48	10.26	10.11	9.92	9.80	9.73	9.53	9.36
2.42	2.38	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.22	2.21	2.18	2.16
3.14	3.07	3.01	2.94	2.89	2.86	2.83	2.80	2.79	2.75	2.71
5.26	5.11	4.96	4.81	4.71	4.65	4.57	4.52	4.48	4.40	4.32
9.89	9.57	9.24	8.90	8.69	8.55	8.37	8.26	8.19	8.00	7.84
2.32	2.28	2.24	2.20	2.17	2.16	2.13	2.12	2.11	2.08	2.06
2.98	2.91	2.85	2.77	2.73	2.70	2.66	2.64	2.62	2.58	2.54
4.83	4.71	4.56	4.41	4.31	4.23	4.17	4.13	4.08	4.00	3.92
8.75	8.45	8.13	7.80	7.60	7.47	7.30	7.19	7.12	6.94	6.78
2.23	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.04	2.03	2.00	1.98
2.85	2.79	2.72	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.49	2.45	2.41
4.54	4.40	4.25	4.10	4.01	3.94	3.86	3.81	3.78	3.69	3.61
7.92	7.63	7.32	7.01	6.81	6.68	6.52	6.42	6.35	6.18	6.02
2.19	2.15	2.10	2.05	2.03	2.01	1.99	1.97	1.96	1.93	1.91
2.75	2.69	2.62	2.54	2.50	2.47	2.43	2.40	2.38	2.34	2.30
4.30	4.16	4.01	3.85	3.76	3.70	3.62	3.57	3.54	3.45	3.37
7.29	7.00	6.71	6.40	6.22	6.09	5.93	5.83	5.76	5.59	5.44

continued

Table A.5 Critical Values for F Distribution

v₁ = numerator df

(continued)

Copyright 2010 Cengage Learning. All Rights Reserved. May not be copied, scanned, or duplicated, in whole or in part. Due to electronic rights, some third party content may be suppressed from the eBook and/or eChapter(s). Editorial review has determined that any suppressed content does not materially affect the overall learning experience. Cengage Learning reserves the right to remove additional content at any time if subsequent rights restrictions require it.

A-16 Appendix Tables

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

α	v_1 = numerator df								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
13	.100	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.18
	.050	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77
	.010	9.07	6.70	5.74	5.21	4.96	4.62	4.44	4.30
	.001	17.82	12.51	10.21	9.07	8.35	7.86	7.49	7.21
14	.100	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15
	.050	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70
	.010	8.86	6.51	5.56	5.04	4.89	4.66	4.38	4.14
	.001	17.14	11.78	9.73	8.62	7.92	7.44	7.08	6.80
15	.100	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12
	.050	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64
	.010	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00
	.001	15.59	11.34	9.34	8.25	7.57	7.09	6.74	6.47
16	.100	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09
	.050	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59
	.010	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89
	.001	16.12	10.97	9.01	7.94	7.27	6.80	6.46	6.19
17	.100	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06
	.050	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55
	.010	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79
	.001	15.72	10.69	8.73	7.68	7.02	6.55	6.22	5.96
18	.100	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04
	.050	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51
	.010	8.28	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71
	.001	15.38	10.39	8.45	7.40	6.81	6.35	6.02	5.76
19	.100	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02
	.050	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48
	.010	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63
	.001	15.08	10.16	8.28	7.27	6.62	6.18	5.85	5.59
20	.100	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00
	.050	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45
	.010	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56
	.001	14.82	9.95	8.10	7.10	6.46	6.02	5.69	5.44
21	.100	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98
	.050	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42
	.010	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51
	.001	14.59	9.77	7.94	6.95	6.32	5.88	5.56	5.31
22	.100	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97
	.050	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40
	.010	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45
	.001	14.38	9.61	7.80	6.81	6.19	5.75	5.44	5.19
23	.100	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95
	.050	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37
	.010	7.83	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41
	.001	14.20	9.47	7.67	6.70	6.08	5.65	5.33	5.09
24	.100	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94
	.050	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36
	.010	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36
	.001	14.03	9.34	7.55	6.59	5.98	5.55	5.23	4.99

(continued)

Copyright 2010 Cengage Learning. All Rights Reserved. May not be copied, scanned, or duplicated, in whole or in part. Due to electronic rights, some third party content may be suppressed from the eBook and/or eChapter(s). Editorial review has determined that any suppressed content does not materially affect the overall learning experience. Cengage Learning reserves the right to remove additional content at any time if subsequent rights restrictions require it.

P.T.O.

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

α_1 = numerator df											
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000	
2.14	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.92	1.90	1.88	1.85	
2.67	2.60	2.53	2.48	2.44	2.41	2.38	2.34	2.31	2.30	2.25	
4.10	3.96	3.82	3.68	3.57	3.51	3.43	3.38	3.34	3.25	3.18	
5.80	5.52	5.23	4.93	4.75	4.63	4.47	4.37	4.30	4.14	4.00	
2.10	2.05	2.01	1.96	1.93	1.91	1.89	1.87	1.85	1.83	1.80	
2.60	2.53	2.46	2.39	2.34	2.31	2.27	2.24	2.22	2.18	2.14	
3.94	3.80	3.66	3.51	3.41	3.35	3.27	3.22	3.18	3.09	3.02	
6.40	6.13	5.83	5.56	5.38	5.25	5.10	5.00	4.94	4.77	4.62	
2.05	2.02	1.97	1.92	1.89	1.87	1.85	1.83	1.82	1.79	1.76	
2.34	2.48	2.40	2.33	2.28	2.25	2.20	2.18	2.16	2.11	2.07	
3.80	3.67	3.52	3.37	3.28	3.21	3.13	3.08	3.05	2.96	2.88	
6.08	5.81	5.54	5.25	5.07	4.95	4.80	4.70	4.64	4.47	4.33	
2.03	1.99	1.94	1.89	1.86	1.84	1.81	1.79	1.78	1.75	1.72	
2.49	2.42	2.35	2.28	2.23	2.19	2.15	2.12	2.11	2.06	2.02	
3.69	3.55	3.41	3.26	3.16	3.10	3.02	2.97	2.93	2.84	2.76	
5.81	5.55	5.27	4.99	4.82	4.70	4.54	4.45	4.39	4.23	4.08	
2.00	1.96	1.91	1.85	1.83	1.81	1.78	1.76	1.75	1.72	1.69	
2.45	2.38	2.31	2.23	2.18	2.15	2.10	2.08	2.06	2.01	1.97	
3.59	3.46	3.31	3.16	3.07	3.00	2.92	2.87	2.83	2.75	2.66	
5.58	5.32	5.05	4.78	4.60	4.48	4.33	4.24	4.18	4.02	3.87	
1.98	1.93	1.89	1.84	1.80	1.78	1.75	1.74	1.72	1.69	1.66	
2.41	2.34	2.27	2.19	2.14	2.11	2.06	2.04	2.02	1.97	1.93	
3.51	3.37	3.23	3.08	2.98	2.92	2.84	2.78	2.75	2.66	2.58	
5.39	5.13	4.87	4.59	4.42	4.30	4.15	4.06	4.00	3.84	3.69	
1.96	1.91	1.86	1.81	1.78	1.76	1.73	1.71	1.70	1.67	1.64	
2.38	2.31	2.25	2.18	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.93	1.88	
3.43	3.30	3.15	3.00	2.91	2.84	2.76	2.71	2.67	2.58	2.50	
5.22	4.97	4.70	4.43	4.26	4.14	3.99	3.90	3.84	3.68	3.53	
1.94	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.71	1.69	1.68	1.64	1.61	
2.35	2.28	2.20	2.12	2.07	2.04	1.99	1.97	1.95	1.90	1.85	
3.37	3.23	3.09	2.94	2.84	2.78	2.69	2.64	2.61	2.52	2.43	
5.08	4.82	4.56	4.29	4.12	4.00	3.86	3.77	3.70	3.54	3.40	
1.92	1.87	1.83	1.78	1.74	1.72	1.69	1.67	1.66	1.62	1.59	
2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.92	1.87	1.82	
3.31	3.17	3.03	2.88	2.79	2.72	2.64	2.58	2.55	2.46	2.37	
4.95	4.70	4.44	4.17	4.00	3.88	3.74	3.64	3.58	3.42	3.28	
1.90	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.65	1.64	1.60	1.57	
2.30	2.23	2.15	2.07	2.02	1.98	1.94	1.91	1.89	1.84	1.79	
3.26	3.12	2.98	2.83	2.73	2.67	2.58	2.53	2.50	2.40	2.31	
4.83	4.58	4.33	4.06	3.89	3.78	3.63	3.54	3.48	3.32	3.17	
1.89	1.84	1.80	1.74	1.71	1.69	1.66	1.64	1.62	1.59	1.55	
2.27	2.20	2.13	2.05	2.00	1.96	1.91	1.88	1.86	1.81	1.76	
3.21	3.07	2.93	2.78	2.69	2.62	2.54	2.48	2.45	2.35	2.27	
4.73	4.48	4.23	3.96	3.79	3.68	3.53	3.44	3.38	3.22	3.08	
1.88	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.57	1.54	
2.25	2.18	2.11	2.03	1.97	1.94	1.89	1.86	1.84	1.79	1.74	
3.17	3.03	2.89	2.74	2.64	2.58	2.49	2.44	2.40	2.31	2.22	
4.64	4.39	4.14	3.87	3.71	3.59	3.45	3.36	3.29	3.14	2.99	

(continued)

Copyright 2010 Cengage Learning. All Rights Reserved. May not be copied, scanned, or duplicated, in whole or in part. Due to electronic rights, some third party content may be suppressed from the eBook and/or eChapter(s). Editorial review has determined that any suppressed content does not materially affect the overall learning experience. Cengage Learning reserves the right to remove additional content at any time if subsequent rights restrictions require it.

A-18 Appendix Tables

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

α	$\nu_1 = \text{numerator df}$								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
25	.100	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93
	.050	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34
	.010	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32
	.001	13.88	9.22	7.45	6.49	5.89	5.46	5.15	4.91
26	.100	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92
	.050	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32
	.010	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29
	.001	13.74	9.12	7.36	6.41	5.80	5.38	5.07	4.83
27	.100	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91
	.050	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31
	.010	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26
	.001	13.61	9.02	7.27	6.32	5.73	5.31	5.00	4.76
28	.100	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90
	.050	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29
	.010	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23
	.001	13.50	8.93	7.19	6.25	5.66	5.24	4.93	4.69
29	.100	2.88	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89
	.050	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28
	.010	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20
	.001	13.39	8.85	7.12	6.19	5.59	5.18	4.87	4.64
30	.100	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88
	.050	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27
	.010	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17
	.001	13.29	8.77	7.05	6.12	5.53	5.12	4.82	4.59
40	.100	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83
	.050	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18
	.010	7.51	5.34	4.46	3.97	3.65	3.42	3.25	3.12
	.001	12.61	8.25	6.59	5.70	5.13	4.73	4.44	4.21
50	.100	2.81	2.41	2.20	2.06	1.97	1.90	1.84	1.80
	.050	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13
	.010	7.17	5.05	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89
	.001	12.22	7.96	6.34	5.46	4.90	4.51	4.22	4.00
60	.100	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77
	.050	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10
	.010	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82
	.001	11.97	7.77	6.17	5.31	4.75	4.37	4.09	3.86
100	.100	2.76	2.36	2.14	2.00	1.91	1.83	1.78	1.73
	.050	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03
	.010	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69
	.001	11.50	7.41	5.86	5.02	4.48	4.11	3.83	3.61
200	.100	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70
	.050	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98
	.010	6.75	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60
	.001	11.15	7.15	5.63	4.81	4.29	3.92	3.65	3.43
1000	.100	2.71	2.31	2.09	1.95	1.85	1.78	1.72	1.68
	.050	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95
	.010	6.66	4.63	3.80	3.34	3.04	2.82	2.66	2.53
	.001	10.89	6.96	5.45	4.63	4.14	3.78	3.51	3.30

(continued)

Copyright 2003 Cengage Learning. All Rights Reserved. May not be copied, scanned, or duplicated, in whole or in part. Due to electronic rights, some third party content may be suppressed from the eBook and/or eChapter(s). Editorial review has determined that any suppressed content does not materially affect the overall learning experience. Cengage Learning reserves the right to remove additional content at any time if subsequent rights restrictions require it.

P.T.O.

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

		v_1 = numerator df										
		10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1800
1.87	1.82	1.77	1.72	1.68	1.66	1.63	1.61	1.59	1.58	1.56	1.52	1.52
2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.84	1.82	1.80	1.77	1.72	1.72
2.13	2.05	1.98	1.90	1.85	1.81	1.76	1.73	1.71	1.69	1.66	1.61	1.61
4.56	4.31	4.06	3.79	3.53	3.37	3.23	3.11	3.00	2.90	2.80	2.61	2.51
1.86	1.81	1.76	1.71	1.67	1.65	1.61	1.59	1.58	1.56	1.54	1.51	1.51
2.22	2.15	2.07	1.99	1.94	1.90	1.85	1.82	1.80	1.78	1.75	1.70	1.70
3.69	3.44	3.19	2.92	2.66	2.50	2.36	2.24	2.13	2.03	1.93	1.74	1.64
4.48	4.24	3.99	3.72	3.46	3.30	3.16	3.04	2.93	2.83	2.73	2.54	2.44
1.85	1.80	1.75	1.70	1.66	1.64	1.60	1.58	1.56	1.54	1.52	1.49	1.49
2.20	2.13	2.05	1.97	1.92	1.88	1.84	1.81	1.79	1.77	1.74	1.69	1.69
3.66	3.41	3.16	2.89	2.63	2.47	2.33	2.21	2.10	2.00	1.90	1.71	1.61
4.41	4.17	3.92	3.65	3.39	3.23	3.09	2.97	2.86	2.76	2.66	2.47	2.37
1.84	1.79	1.74	1.69	1.65	1.63	1.59	1.57	1.55	1.53	1.51	1.48	1.48
2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.77	1.75	1.72	1.67	1.67
3.63	3.38	3.13	2.86	2.60	2.44	2.30	2.18	2.07	1.97	1.87	1.68	1.58
4.35	4.11	3.86	3.59	3.33	3.17	3.03	2.91	2.80	2.70	2.60	2.41	2.31
1.83	1.78	1.73	1.68	1.64	1.62	1.58	1.56	1.54	1.52	1.50	1.47	1.47
2.18	2.10	2.02	1.94	1.89	1.85	1.81	1.78	1.76	1.74	1.71	1.66	1.66
3.60	3.35	3.10	2.83	2.57	2.41	2.27	2.15	2.04	1.94	1.84	1.65	1.55
4.29	4.05	3.80	3.53	3.27	3.11	2.97	2.85	2.74	2.64	2.54	2.35	2.25
1.82	1.77	1.72	1.67	1.63	1.61	1.57	1.55	1.53	1.51	1.49	1.46	1.46
2.16	2.09	2.01	1.93	1.88	1.84	1.79	1.76	1.74	1.72	1.69	1.64	1.64
2.98	2.84	2.70	2.55	2.40	2.25	2.10	2.00	1.90	1.80	1.70	1.51	1.41
4.24	4.00	3.75	3.49	3.23	3.07	2.93	2.81	2.70	2.60	2.50	2.31	2.21
1.76	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.49	1.47	1.45	1.42	1.37	1.37
2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.64	1.62	1.59	1.54	1.54
2.80	2.66	2.52	2.37	2.22	2.07	1.92	1.82	1.72	1.62	1.52	1.33	1.23
3.87	3.64	3.40	3.14	2.88	2.72	2.58	2.46	2.35	2.25	2.15	1.96	1.86
1.73	1.68	1.63	1.57	1.53	1.50	1.46	1.44	1.42	1.40	1.38	1.33	1.33
2.03	1.95	1.87	1.78	1.73	1.69	1.63	1.60	1.58	1.56	1.53	1.48	1.48
2.70	2.56	2.42	2.27	2.12	1.97	1.82	1.72	1.62	1.52	1.42	1.23	1.13
3.67	3.44	3.20	2.94	2.68	2.52	2.38	2.26	2.15	2.05	1.95	1.76	1.66
1.71	1.66	1.61	1.54	1.50	1.48	1.44	1.42	1.40	1.38	1.36	1.31	1.31
1.99	1.92	1.84	1.75	1.69	1.65	1.59	1.56	1.54	1.52	1.49	1.44	1.44
2.63	2.50	2.35	2.20	2.05	1.90	1.75	1.65	1.55	1.45	1.35	1.16	1.06
3.54	3.32	3.08	2.82	2.56	2.40	2.26	2.14	2.03	1.93	1.83	1.64	1.54
1.66	1.61	1.56	1.49	1.45	1.42	1.38	1.36	1.34	1.32	1.29	1.24	1.24
1.93	1.85	1.77	1.68	1.62	1.57	1.52	1.49	1.47	1.45	1.42	1.37	1.37
2.50	2.37	2.22	2.07	1.92	1.77	1.62	1.52	1.42	1.32	1.22	1.03	0.93
3.30	3.07	2.84	2.58	2.32	2.16	2.02	1.90	1.79	1.69	1.59	1.40	1.30
1.63	1.58	1.52	1.46	1.41	1.38	1.34	1.31	1.29	1.27	1.24	1.19	1.19
1.88	1.80	1.72	1.62	1.56	1.52	1.46	1.43	1.41	1.39	1.36	1.31	1.31
2.41	2.27	2.13	1.97	1.82	1.67	1.52	1.42	1.32	1.22	1.12	0.93	0.83
3.12	2.90	2.67	2.41	2.15	1.99	1.85	1.73	1.62	1.52	1.42	1.23	1.13
1.61	1.55	1.49	1.43	1.38	1.35	1.30	1.27	1.25	1.23	1.20	1.15	1.15
1.84	1.76	1.68	1.58	1.52	1.47	1.41	1.38	1.36	1.34	1.31	1.26	1.26
2.34	2.20	2.06	1.90	1.75	1.60	1.45	1.35	1.25	1.15	1.05	0.86	0.76
2.99	2.77	2.54	2.28	2.02	1.86	1.72	1.60	1.49	1.39	1.29	1.10	1.00

Copyright 2010 Cengage Learning. All Rights Reserved. May not be copied, scanned, or duplicated, in whole or in part. Due to electronic rights, some third party content may be suppressed from the eBook and/or eChapter(s). Editorial review has determined that any suppressed content does not materially affect the overall learning experience. Cengage Learning reserves the right to remove additional content at any time if subsequent rights restrictions require it.