

[This question paper contains 20 printed pages.]

Your Roll No.....

Sr. No. of Question Paper : 1297

Unique Paper Code : 2272101201

Name of the Paper : INTRODUCTORY
MACROECONOMICS

Name of the Course : B.A. (H) ECONOMICS –
DSE 4

Semester : II

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Attempt any 5 questions.
3. Part of the questions are to be attempted together.
4. All questions carry equal marks.
5. Use of a simple calculator allowed.
6. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

P.T.O.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. कोई भी 5 प्रश्न हल करें।
3. प्रश्नों के खंडों को एक साथ हल करना होगा।
4. सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।
5. एक साधारण कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।
6. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में कीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

1. (a) (i) If a country has a current account deficit of \$60 billion and a capital account surplus of \$40 billion, what is the net change in its official reserve assets?
(ii) What is the main problem economists face in measuring the expected real interest rate?
(4)
- (b) What do you mean by open market operations? How does the central bank use open market operations to control the money supply in the economy?
(4)

- (c) (i) Within the classical model, explain the effect of a decrease in the marginal income tax rate on output, employment and price level with a suitable diagram. (7)

- (ii) Given the following information, compute the values of monetary and fiscal policy multipliers (3)

- Consumption $C = 100 + .75y_d$
- Investment $I = 240 - 10i$
- Tax rate $t = .20$
- Demand for money $L = .2y - 5i$

- (अ) (i) यदि किसी देश का चालू खाता घाटा \$60 बिलियन और पूंजी खाता अधिशेष \$40 बिलियन है, तो उसकी आधिकारिक आरक्षित संपत्ति में शुद्ध परिवर्तन क्या है?
- (ii) अपेक्षित वास्तविक व्याज दर मापने में अर्थशास्त्रियों के सामने मुख्य समस्या क्या है?

- (ब) खुले बाजार संचालन से आप क्या समझते हैं? अर्थव्यवस्था में मुद्रा आपूर्ति को नियंत्रित करने के लिए केंद्रीय बैंक खुले बाजार संचालन का उपयोग कैसे करता है?

P.T.O.

(स) (i) क्लासिकल मॉडल के अंतर्गत, एक उपयुक्त चित्र के साथ उत्पादन, रोजगार और मूल्य स्तर पर सीमांत आयकर दर में कमी के प्रभाव की व्याख्या करें।

(ii) निम्नलिखित सूचना को देखते हुए, मौद्रिक और राजकोषीय नीति गुणकों के मानों की गणना करें।

• उपभोग $C = 100 + .75y_d$

• निवेश $I = 240 - 10i$

• कर की दर $t = .20$

• मुद्रा की मांग $L = .2y - 5i$

2. (a) Why are goods and services counted in GDP at market value? Explain any two problems in using market value to measure production. (4)

(b) (i) Consider a bond that promises to pay ₹100 in one year. What is the price of the bond today if the interest rate is 8%?

(ii) Explain the relationship between the price of the bond and the interest rate. (4)

- (c) (i) Use suitable diagrams to explain how an increase in the public's taste towards less leisure would affect the real wages, output and employment in the classical model.

(5)

- (ii) Using the IS-LM framework, show the effect of investment subsidy on the level of investment, equilibrium income level and interest rate.

(5)

- (अ) वस्तुओं और सेवाओं को बाजार मूल्य पर GDP में क्यों गिना जाता है? उत्पादन को मापने के लिए बाजार मूल्य का उपयोग करने में किन्हीं दो समस्याओं की व्याख्या करें।

- (ब) (i) एक ऐसे बांड पर विचार करें जो एक वर्ष में ₹100 का भुगतान करने का वादा करता है। यदि ब्याज दर 8% है तो आज बांड की कीमत क्या है।

- (ii) बांड की कीमत और ब्याज दर के बीच संबंध स्पष्ट करें।

P.T.O.

(स) (i) यह समझाने के लिए उपयुक्त आरेखों का उपयोग करें कि कम अवकाश के प्रति जनता की रुचि में वृद्धि, क्लासिकल मॉडल में वास्तविक मजदूरी, उत्पादन और रोजगार को कैसे प्रभावित करेगी।

(ii) IS-LM ढाँचे का उपयोग करते हुए, निवेश के स्तर, संतुलन आय स्तर और ब्याज दर पर निवेश सब्सिडी का प्रभाव दिखाएं।

3. (a) (i) If an investor buys a bond with a nominal interest rate of 8% and sells it after one year when the inflation rate is 6%, what does the investor earn the real interest rate?

(ii) How does inflation affect the real interest rate and purchasing power of money? (4)

(b) What is the primary function of money as a medium of exchange? In what ways does money serve as a store of value? (4)

(c) (i) Given the following information :

- Consumption $C = 80 + .75YD$
- Investment $I = 200$
- Government Expenditure $G = 120$
- Tax $t = 0.20 y$

(a) Calculate budget surplus.

(b) What will be the effect on the budget surplus when the tax rate increases from 0.20 to 0.30? (4)

(ii) Under the conditions of the liquidity trap, fiscal policy will be perfectly effective because there is no crowding-out effect. Explain this statement using a suitable diagram. (6)

(अ) (i) यदि कोई निवेशक 8% की मौद्रिक ब्याज दर के साथ एक बांड खरीदता है और इसे एक वर्ष के बाद बेचता है जब मुद्रास्फीति दर 6% है, तो निवेशक वास्तविक ब्याज दर क्या अर्जित करता है?

P.T.O.

(ii) मुद्रास्फीति वास्तविक ब्याज दर और मुद्रा की क्रय शक्ति को कैसे प्रभावित करती है?

(ब) विनिमय के माध्यम के रूप में मुद्रा का प्राथमिक कार्य क्या है? मुद्रा किस प्रकार मूल्य के भंडार के रूप में कार्य करता है?

(स) (i) निम्नलिखित जानकारी दी गई :

- उपभोग $C = 80 + .75YD$
- निवेश $I = 200$
- सरकारी व्यय $G = 120$
- टैक्स $t = .20 y$

(क) बजट अधिशेष की गणना करें।

(ख) कर की दर 0.20 से 0.30 तक बढ़ने पर बजट अधिशेष पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

(ii) तरलता जाल की शर्तों के तहत, राजकोषीय नीति पूरी तरह से प्रभावी होगी क्योंकि इसमें कोई क्राउडिंग आउट का प्रभाव नहीं होता है। उपयुक्त चित्र का उपयोग करके इस कथन की व्याख्या करें।

4. (a) Explain the different components of the current account of the balance of payments. (4)
- (b) Explain how demand for money and supply determine the equilibrium interest rate when currency is the only money in the economy. Show the effect of an increase in nominal income on the equilibrium interest rate. Explain with a suitable diagram. (4)
- (c) (i) How does proportional Income Tax act as an automatic stabiliser responding to economic shocks or fluctuation? (4)
- (i) (a) Assume the following IS-LM model.

$$\bullet C = 100 + .75 YD$$

$$\bullet I = 200 - 10 i$$

$$\bullet G = 150$$

$$\bullet t = .20y$$

$$\bullet L = .4 y - 2i$$

$$\bullet M = 800$$

$$\bullet P = 2$$

P.T.O.

(a) Calculate the equilibrium level of income and interest rate.

(b) How much investment and income will be crowded out if the government increases its purchases by 100 and the money supply is kept constant? (6)

(अ) भुगतान संतुलन के चालू खाते के विभिन्न घटकों की व्याख्या करें।

(ब) बताएं कि जब अर्थव्यवस्था में करेंसी ही एकमात्र मुद्रा है तो मुद्रा की मांग और आपूर्ति, व्याज दर के संतुलन को कैसे निर्धारित करती है। संतुलन व्याज दर पर मौद्रिक आय में वृद्धि का प्रभाव दिखाएँ। उपयुक्त चित्र सहित समझाइये।

(स) (i) आनुपातिक आयकर आर्थिक झटके या उतार-चढ़ाव का जवाब देने वाले स्वचालित स्टेबलाइजर के रूप में कैसे कार्य करता है?

(ii) मान लें कि निम्नलिखित IS-LM मॉडल है।

$$C = 100 + .75 YD$$

$$I = 200 - 10 i$$

- $G = 150$
- $t = .20y$
- $L = .4y - 2i$
- $M = 800$
- $P = 2$

(क) आय और ब्याज दर के संतुलन स्तर की गणना करें।

(ख) यदि सरकार अपनी खरीद 100 तक बढ़ा दे और मुद्रा आपूर्ति स्थिर रखी जाए तो निवेश और आय का क्लॉडिंग आउट कितना होगी?

5. (a) (i) From the following information, calculate GDP using the expenditure method

- | | |
|--|-------|
| • Personal consumption expenditure (C) | 10130 |
| • Business fixed investment | 1694 |
| • Residential investment | 477 |
| • Inventory investment | -35 |
| • Government purchasing of goods | |

P.T.O.

and services	2883
• Corporate profits	480
• Exports	1831
• Imports	2539

(ii) Explain why Transfer Payments are not included in the calculation of GDP. (4)

(b) Explain the process of the money multiplier, assuming people hold only checkable deposits and do not want to hold any currency. (4)

(c) (i) Why do changes in government purchases of goods and services have a larger effect on equilibrium income level than equal-sized changes in government transfer payments? (4)

(ii) For an economy it is given that :

- $C = 200 + 0.8 YD$
- $I = 100$
- $G = 160$
- $TR = 50$
- $t = .25$

(a) Find the equation of IS curve.

(b) Draw IS curve using the above IS equation.

(c) Examine this IS curve carefully and give a reason for its shape. (6)

(अ) (i) निम्नलिखित जानकारी से व्यय विधि का उपयोग करके सकल घरेलू उत्पाद की गणना करें

• व्यक्तिगत उपभोग व्यय (C)	10130
• व्यापारनिश्चित निवेश	1694
• आवासीय निवेश	477
• इन्वेंटरी निवेश	-35
• वस्तुओं एवं सेवाओं की सरकारी खरीद	2883
• कॉर्पोरेट मुनाफा	480
• निर्यात	1831
• आयात	2539

(ii) बताएं कि हस्तांतरण भुगतान को GDP की गणना में शामिल क्यों नहीं किया जाता है।

P.T.O.

(ब) मुद्रा गुणक की प्रक्रिया समझाएं, यह मानते हुए कि लोग केवल चेक सुविधा योग्य जमा राशि रखते हैं और कोई मुद्रा नहीं रखना चाहते हैं।

(स) (i) वस्तुओं और सेवाओं की सरकारी खरीद में बदलाव का सरकारी हस्तांतरण भुगतान में समान आकार के बदलाव की तुलना में संतुलन आय स्तर पर अधिक प्रभाव क्यों पड़ता है?

(ii) एक अर्थव्यवस्था के लिए यह दिया गया है कि :

- $C = 200 + 0.8 YD$
- $I = 100$
- $G = 160$
- $TR = 50$
- $t = .25$

(क) IS वक्र का समीकरण खोजें।

(ख) उपरोक्त IS समीकरण का उपयोग करके IS वक्र बनाएं।

(ग) इस IS वक्र का ध्यानपूर्वक परीक्षण करें और इसके आकार का कारण बताएं।

6. (a) (i) If a country's investment is \$400 billion, its government saving is -\$100 billion, and its current account is \$50 billion, what is its private saving?
- (ii) If a country's exports of goods and services are \$200 billion, its imports of goods and services are \$180 billion, its net income from abroad is \$10 billion, and its net transfers from abroad are -\$5 billion, what is its current account balance? (4)
- (b) (i) Suppose the ratio of currency to checkable deposits is 0.25 and the reserve ratio is 0.20, calculate the value of money multiplier.
- (ii) If the reserve ratio is increased to 0.40, what will be the new value of the multiplier? Give reasons for the change in the value of the multiplier. (4)
- (c) Using the IS-LM model, derive the aggregate demand curve. What will be the effect on the aggregate demand curve if the nominal money supply is increased? (10)

P.T.O.

(अ) (i) यदि किसी देश का निवेश \$400 बिलियन है, उसकी सरकारी बचत - \$100 बिलियन है, और उसका चालू खाता \$50 बिलियन है, तो उसकी निजी बचत क्या है?

(ii) यदि किसी देश का वस्तुओं और सेवाओं का निर्यात \$200 बिलियन है, वस्तुओं और सेवाओं का आयात \$180 बिलियन है, विदेश से इसकी शुद्ध आय \$10 बिलियन है, और विदेश से इसका शुद्ध हस्तांतरण - \$5 बिलियन है, तो इसका चालू खाता शेष क्या है?

(ब) (i) मान लीजिए कि मुद्रा और चेक सुविधावुक्त जमा का अनुपात 0.25 है और आरक्षित अनुपात 0.20 है, तो मुद्रा गुणक के मान की गणना करें।

(ii) यदि आरक्षित अनुपात को 0.40 तक बढ़ा दिया जाए तो गुणक का नया मान क्या होगा? गुणक के मान में परिवर्तन के कारण बताइये।

(स) IS-LM मॉडल का उपयोग करके, कुल मांग वक्र प्राप्त करें। यदि मौद्रिक मुद्रा आपूर्ति बढ़ जाती है तो कुल मांग वक्र पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

7. (a) (i) What is the definition and formula of GDP deflator?

(ii) What statistic would you need to check before celebration if the nominal GDP doubled overnight? Why? (4)

(b) (i) If the money supply in an economy is ₹15 trillion and the nominal GDP is ₹30 trillion, what is the velocity of money according to the quantity theory of money?

(ii) What factors determine the velocity of money in the classical system? (4)

(c) (i) How does an increase in government spending affect the position of the IS curve? Explain using a suitable diagram. (4)

(ii) Suppose that in an economy :

- $C = 200 + 0.8 Y_d$

- $t = .25 y$

P.T.O.

- $I = 160$
- $G = 200$
- $TR = 100$

(a) Calculate the equilibrium levels of income and expenditure multiplier

(b) How much of government purchasing should be increased if the government wants to increase the equilibrium income level to 1650.

(c) How much of transfer payment (TR) should be increased to achieve equilibrium income level of 1650. (6)

(अ) (i) GDP अपस्फीतिकारक की परिभाषा और सूत्र क्या है?

(ii) यदि मोडिक सकल घरेलू उत्पाद रातोंरात दोगुना हो जाए तो जश्न मनाने से पहले आपको कौन से आंकड़ों की जांच करने की आवश्यकता होगी? क्यों?

(ब) (i) यदि किसी अर्थव्यवस्था में मुद्रा की आपूर्ति ₹15 ट्रिलियन है और मौद्रिक GDP ₹30 ट्रिलियन है, तो मुद्रा के परिमाण सिद्धांत के अनुसार मुद्रा का वेग क्या है?

(ii) क्लासिकल प्रणाली में मुद्रा के वेग कौन से कारक निर्धारित करते हैं?

(स) (i) सरकारी व्यय में वृद्धि IS वक्र की स्थिति को कैसे प्रभावित करती है? उपयुक्त चित्र का प्रयोग करके समझाइये।

(ii) मान लीजिए कि एक अर्थव्यवस्था में :

- $C = 200 + 0.8 Y_d$
- $t = .25 y$
- $I = 160$
- $G = 200$
- $TR = 100$

(क) आय के संतुलन स्तर और व्यय गुणक की गणना करें।

(ख) यदि सरकार आय के संतुलन स्तर को 1650 तक बढ़ाना चाहती है तो सरकारी खरीद में कितनी वृद्धि की जानी चाहिए?

(ग) 1650 के आय के संतुलन के स्तर को प्राप्त करने के लिए हस्तांतरण भुगतान (TR) में कितनी वृद्धि की जानी चाहिए?

[This question paper contains 20 printed pages.]

Your Roll No.

Sr. No. of Question Paper : 1327

Unique Paper Code : 2272101202

Name of the Paper : Intermediate Mathematical
Methods for Economics

Name of the Course : B.A. (Hons.) Economics

Semester / Type : II / DSC

Duration : 3 Hours Maximum Marks : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. This question paper is divided into **three** sections.
3. Use of simple calculator is allowed.
4. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।

P.T.O.

2. यह प्रश्न पत्र तीन खण्डों में विभाजित है।
3. साधारण कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति है।
4. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

SECTION A

Attempt **any five** of the following questions.

(5×8=40)

निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

1. (a) A firm sells 2 brands X and Y of a soap. The outputs and prices are denoted by x , y and p , q respectively. The demand functions of the two brands are $x = 100 - 2p + 5q$ and $y = 80 + 4p - 3q$. Suppose brand X sells for 15/unit and Y for 12/unit. Calculate the total revenue of the firm. Estimate the approximate change in revenue if the prices are increased by 1/unit for X and 1.5/unit for Y and compare it with the actual change in revenue.

- (b) Find the domain and plot it for the following function:

$$z = \sqrt{x+y} - \sqrt{x-3} \quad (4+4)$$

(क) एक फर्म एक साबुन के 2 ब्रांड X और Y बेचती है। आउटपुट और कीमतों को क्रमशः x, y और p, q द्वारा निरूपित किया जाता है। दो ब्रांडों के मांग फलन $x = 100 - 2p + 5q$ और $y = 80 + 4p - 3q$ हैं। मान लीजिए कि ब्रांड 1.5 यूनिट के लिए और Y 12 यूनिट के लिए बेचता है। फर्म के कुल राजस्व की गणना करें। राजस्व में अनुमानित परिवर्तन का अनुमान लगाएं यदि कीमतों में एक्स के लिए 1/यूनिट और वाई के लिए 1.5/यूनिट की वृद्धि होती है और राजस्व में वास्तविक परिवर्तन के साथ इसकी तुलना करें।

(ख) डोमेन खोजें और इसे निम्नलिखित फंक्शन के लिए प्लॉट करें :

$$z = \sqrt{x+y} - \sqrt{x-3}$$

2. Suppose Firm X wishes to manufacture three SUVs in its plants at A and B using its labour force of L persons. Suppose the firm allocates the total labour force in the proportion α and $1 - \alpha$ ($0 \leq \alpha \leq 1$) to the plants at A and that at B respectively and hence produces the total outputs of the three products (as measured in 100s of units) given by the vector

$$\alpha \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix} + (1 - \alpha) \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}$$

P.T.O.

Given the above information, answer the following questions :

- (a) Is it possible for the firm to produce either of the following output vectors if outputs cannot be thrown away?

(i) $\begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}$

(ii) $\begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}$

- (b) How do your answers to part (a) change if outputs can be thrown away?
- (c) What will be the revenue maximizing choice of the fraction α and how will it depend upon the selling prices (p_1, p_2, p_3) of the three SUVs? What condition must be put on the prices so that both the plants are used by the firm? (3+1+4)

मान लीजिए कि फर्म X अपने L व्यक्तियों की श्रम शक्ति का उपयोग करके A और B में अपने संयंत्रों में तीन SUVs का निर्माण करना चाहती है। मान लीजिए कि फर्म क्रमशः A और B में फैक्टरियों को α और $1 - \alpha$ ($0 \leq \alpha \leq 1$) के अनुपात में कुल श्रम बल आवंटित करती है और इसलिए तीन उत्पादों के कुल आउटपुट का उत्पादन करती है (जैसा कि 100 इकाइयों में मापा जाता है) वेक्टर द्वारा दिया गया

$$\alpha \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix} + (1 - \alpha) \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}$$

उपरोक्त जानकारी को देखते हुए, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें :

- (क) क्या फर्म के लिए निम्नलिखित आउटपुट वेक्टर में से किसी एक का उत्पादन करना संभव है यदि आउटपुट को फेंका नहीं जा सकता है?

(i) $\begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}$

(ii) $\begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}$

P.T.O.

(ख) यदि आउटपुट को फेंका जा सकता है तो भाग (ए) के लिए आपको उत्तर कैसे बदलते हैं?

(ग) अंश α का राजस्व अधिकतम करने का विकल्प क्या होगा और यह तीन एसयूवी की बिक्री कीमतों (p_1 , p_2 , p_3) पर कैसे निर्भर करेगा? कीमतों पर क्या शर्त रखी जानी चाहिए ताकि फर्म द्वारा दोनों संयंत्रों का उपयोग किया जा सके?

3. (a) Compute the expression for $\frac{\partial^{p+q}z}{\partial y^q \partial x^p}$ where

$$z = e^{x+y}(x+y).$$

(b) A production function is given by

$$Q(L, K) = A[\alpha L^p + (1-\alpha)K^p]^{\frac{1}{p}}$$

Determine its degree of homogeneity and give the conditions under which it will have increasing, decreasing and constant returns to scale.

(4+4)

(क) $\frac{\partial^{p+q}z}{\partial y^q \partial x^p}$ के लिए व्यंजक की गणना करें जहाँ $z = e^{x+y}(x+y)$.

(ख) एक उत्पादन फलन $Q(L, K) = A[\alpha L^p + (1-\alpha)K^p]^{\frac{1}{p}}$ द्वारा दिया जाता है। इसकी समरूपता की डिग्री निर्धारित करें और उन शर्तों को दें जिनके तहत यह बढ़ते, घटते और निरंतर पैमाने पर रिटर्न देगा।

4. (a) Find out the values of p for which the following set of vectors is linearly independent.

$$u = (3, -1, 3); v = (2, 1, 0) \text{ and } w = (2, 0, p).$$

- (b) For each value of p find out a vector z that is orthogonal to each of the above three vectors u , v and w . (4+4)

(क) p के मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए सदिशों का निम्नलिखित समुच्चय रैखिकतः स्वतंत्र है।

$$u = (3, -1, 3); v = (2, 1, 0) \text{ और } w = (2, 0, p).$$

(ख) p के प्रत्येक मान के लिए एक सदिश z ज्ञात कीजिए जो उपरोक्त तीन सदिशों u , v और w में से प्रत्येक के लिए ओर्थोगोनल है।

P.T.O.

5. Suppose that an economy has two sectors: Light Industry (Sector 1) and Heavy Industry (Sector 2) with the following input requirements.

Light Industry requires 0.20 units of its own output and 0.70 units of Heavy Industry's output while Heavy Industry requires none of its own output and 0.50 units of Light Industry's output in order to produce 1 unit of output. The final demands for two industries are 1500 and 4500 units respectively.

- (i) Write down the Leontief system for the economy.
- (ii) Find the level of output that must be produced in each industry in order to meet the final demands.
- (iii) Suppose the prices of both goods are Re. 1 per unit each. What are the unit cost requirements for the two goods? Are the productions economically viable? (2+4+2)

मान लीजिए कि एक अर्थव्यवस्था के दो क्षेत्र हैं: निम्नलिखित इनपुट आवश्यकताओं के साथ हल्का उद्योग (सेक्टर 1) और भारी उद्योग (सेक्टर 2)।

प्रकाश उद्योग को अपने स्वयं के उत्पादन की 0.20 इकाइयों और भारी उद्योग के उत्पादन की 0.70 इकाइयों की आवश्यकता होती है जबकि भारी उद्योग को अपने स्वयं के उत्पादन की आवश्यकता नहीं होती है और उत्पादन की 1 इकाई का उत्पादन करने के लिए हल्के उद्योग के उत्पादन की 0.50 इकाइयों की आवश्यकता होती है। दो उद्योगों की अंतिम मांग क्रमशः 1500 और 4500 यूनिट है।

- (i) अर्थव्यवस्था के लिए लियोनटिफ प्रणाली लिखिए।
- (ii) अंतिम मांगों को पूरा करने के लिए प्रत्येक उद्योग में उत्पादन के स्तर का पता लगाएं।
- (iii) मान लीजिए कि दोनों वस्तुओं की कीमतें रु हैं। 1 प्रति यूनिट प्रत्येक दो वस्तुओं के लिए इकाई लागत आवश्यकताएं क्या हैं? क्या निर्माण आर्थिक रूप से व्यवहार्य हैं?

6. (a) For the following function defined on R^2 , find the critical points and classify them as maxima, minima or saddle:

$$f(x, y) = x^4 + x^2 - 6xy + 3y^2$$

- (b) Determine the concavity or convexity of the following function. Also check for the quasi-concavity and quasi-convexity.

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + 3z^2 - xy + 2xz + yz \quad (4+4)$$

P.T.O.

- (क) R^2 पर परिभाषित निम्नलिखित फंक्शन के लिए, महत्वपूर्ण बिंदु खोजें और उन्हें मैक्सिमा, मिनिमा या सैडल के रूप में वर्गीकृत करें:

$$f(x, y) = x^4 + x^2 - 6xy + 3y^2$$

- (ख) निम्नलिखित फलन की अवतलता या उत्तलता जात कीजिए।

अर्ध-अवतलता और अर्ध-उत्तलता की भी जाँच करें।

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + 3z^2 - xy + 2xz + yz$$

SECTION B

Attempt any three of the following questions:

(3×10=30)

निम्नलिखित में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

7. (a) Find the level curve for the function

$$f(x, y) = \frac{2x - 2y}{x^2 + y^2 + 1} \text{ at } k = -1, 0, 1, \text{ and plot them}$$

in the same graph.

(b) A firm uses x hours of unskilled labour and y hours of skilled labour each day to produce

$Q(x, y) = 60x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$ units of output. It currently employs 64 units of unskilled and 27 units of skilled labour.

(i) In what direction (expressed as a unit vector) should it change (x, y) if it wants to change output most rapidly from the current level.

(ii) If the firm hires 1.5 units of extra skilled labour, using calculus estimate the change in unskilled labour that will keep the output unchanged. (5+5)

(क) फंक्शन $f(x, y) = \frac{2x - 2y}{x^2 + y^2 + 1}$ के लिए $x = -1, 0, 1$ पर

स्तर वक्र खोजें और उन्हें उसी ग्राफ में प्लॉट करें।

(ख) एक फर्म उत्पादन के $Q(x, y) = 60x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$ इकाइयों का उत्पादन करने के लिए प्रत्येक दिन x घंटे अकुशल श्रम और y घंटे कुशल श्रम का उपयोग करती है। यह वर्तमान में अकुशल

P.T.O.

की 64 इकाइयों और कुशल श्रम की 27 इकाइयों को रोजगार देता है।

(i) किस दिशा में (एक इकाई वेक्टर के रूप में व्यक्त) इसे बदलना चाहिए (x, y) यदि यह वर्तमान स्तर से सबसे तेजी से आउटपुट बदलना चाहता है।

(ii) यदि फर्म अतिरिक्त कुशल श्रम की 1.5 इकाइयों को किराए पर लेती है, तो कलन का उपयोग करके अकुशल श्रम में परिवर्तन का अनुमान लगाएं जो उत्पादन को अपरिवर्तित रखेगा।

8. (a) Find the eigenvalues and the associated eigenvectors of the following matrix :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(b) Is the above matrix diagonalizable? If so, find a suitable matrix P. (5+5)

(क) निम्नलिखित मैट्रिक्स के eigenvalues और संबंधित eigenvectors खोजें :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(ख) क्या उपरोक्त मैट्रिक्स विकर्णीय है? यदि ऐसा है, तो एक उपयुक्त आव्यूह P ज्ञात कीजिए।

9. (a) The function f of two variables is defined by $f(x_1, x_2) = x_1 x_2^2$. For what values of x_1 and x_2 is this function quasiconcave?

- (b) A discriminating monopolistic firm produces two goods whose demand functions are :

$$p_1 = 12 - x_1, \quad p_2 = 36 - 5x_2$$

where, x_1 and x_2 are the quantities of the two goods produced and p_1 and p_2 the prices of a unit of each good. Knowing that the cost function is $C(x_1, x_2) = 2x_1 x_2 + 15$, solve the corresponding profit maximizing problem and find x_1 , x_2 , p_1 and p_2 . (5+5)

P.T.O.

(क) दो चरों को फलन f को $f(x_1, x_2) = x_1 x_2^2$ द्वारा परिभाषित किया गया है। x_1 और x_2 के किन मूल्यों के लिए यह फंक्शन क्वासिकोनकैव है?

(ख) एक भेदभावपूर्ण एकाधिकार फर्म दो वस्तुओं का उत्पादन करती है जिनके मांग फलन हैं :

$$p_1 = 12 - x_1, \quad p_2 = 36 - 5x_2$$

जहाँ x_1 और x_2 उत्पादित दो वस्तुओं की मात्राएँ हैं और p_1 और p_2 प्रत्येक वस्तु की एक इकाई की कीमतें हैं। यह जानते हुए कि लागत फलन $C(x_1, x_2) = 2x_1 x_2 + 15$ है, संगत लाभ अधिकतम करने की समस्या को हल करें और x_1, x_2 और p_1, p_2 ज्ञात करें।

10. Consider the function $f(x, y) = xe^{-x}(y^2 - 4y)$

- Find all critical points of f and classify them by using the second-derivative test.
- Show that f has neither a global maximum nor a global minimum.
- Let $S = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 4\}$. Prove that f has global maximum and minimum points in S and find them. (4+2+4)

फलन $f(x, y) = xe^{-x}(y^2 - 4y)$ पर विचार करें

- (क) f के सभी महत्वपूर्ण बिंदुओं को खोजें और दूसरे-व्युत्पन्न परीक्षण का उपयोग करके उन्हें वर्गीकृत करें।
- (ख) दिखाएँ कि f का न तो वैश्विक अधिकतम है और न ही वैश्विक न्यूनतम।
- (ग) माना $S = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 4\}$ । सिद्ध कीजिए कि f के S में वैश्विक अधिकतम और न्यूनतम बिंदु हैं और उन्हें ज्ञात कीजिए।

SECTION C

Attempt any two of the following questions.

(2×10=20)

निम्नलिखित में से किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

11. (a) The principal of a college correctly estimates that if the students are instructed to attend x hours of class and do y hours of extracurricular activities, they get a test score of T and achieve student happiness level of H as given by the following relations :

P.T.O.

$$T = x^3 + xy^{1/2}$$

$$H = y^2 - 4x^{1/2}$$

Currently $x = 4$, $y = 1$, $T = 68$ and $H = -7$. Fearing student protests, the principal wants to moderately increase H to -2 and decrease T to 63 . Determine the values of x and y that will help the principal achieve this objective.

- (b) Are the following functions homogeneous? If yes, what is the degree of homogeneity? Also check if they are homothetic.

$$(i) f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{xy}$$

$$(ii) g(x, y) = 2\ln x - \ln y \quad (5+5)$$

- (क) एक कॉलेज के प्रिंसिपल का सही अनुमान है कि यदि छात्रों को x घंटे की कक्षा में भाग लेने और y घंटे की पाठ्येतर गतिविधियों को करने का निर्देश दिया जाता है, तो उन्हें का एक टेस्ट स्कोर मिलता है और H का छात्र खुशी स्तर प्राप्त होता है, जैसा कि निम्नलिखित संबंधों द्वारा दिया गया है :

$$T = x^3 + xy^{1/2}$$

$$H = y^2 - 4x^{1/2}$$

वर्तमान में $x = 4$, $y = 1$, $T = 68$ और $H = -7$ छात्रों के विरोध के डर से, प्रधानाचार्य H को -2 तक मामूली रूप से बढ़ाना चाहते हैं और T को घटाकर 63 करना चाहते हैं। x और y के मान निर्धारित करें जो प्रधानाचार्य को इस उद्देश्य को प्राप्त करने में मदद करेंगे।

(ख) क्या निम्नलिखित कार्य सजातीय हैं? यदि हाँ, तो समरूपता की मात्रा क्या है? यह भी जांचें कि क्या वे होमोथेटिक हैं।

$$(i) f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{xy}$$

$$(ii) g(x, y) = 2\ln x - \ln y$$

12. (a) An upper triangular matrix is a square matrix if all the elements below the main diagonal are zeros. Consider a 3×3 upper triangular matrix A whose non-zero elements are equal to a constant a .

(i) Find out A^2 and A^3 and show that they are also upper triangular matrices.

(ii) Show by induction that A^n is an upper triangular matrix and that $\text{trace}(A^n) = 3a^n$ (where, trace is the sum of all the diagonal elements).

P.T.O.

(b) Consider a non-singular matrix T of order n such that

$$T^3 - 2T^2 + T - I = O_{n \times n} \text{ (null matrix)}$$

(i) Use the above equation, prove that

$$T^{-1} = (T - I)^2.$$

(ii) Show that, if $A^2 = T$ then $A = (T - I)^{-1}$ for some matrix A . (5+5)

(क) एक ऊपरी त्रिकोणीय मैट्रिक्स एक वर्ग मैट्रिक्स है यदि मुख्य विकर्ण के नीचे के सभी तत्व शून्य हैं। एक 3×3 ऊपरी त्रिकोणीय मैट्रिक्स A पर विचार करें जिसके गैर-शून्य तत्व एक स्तिरांक के बराबर हैं।

(i) A^2 and A^3 खोजें और दिखाएं कि वे ऊपरी त्रिकोणीय मैट्रिक्स भी हैं।

(ii) प्रेरण द्वारा दिखाएँ कि A^n एक ऊपरी त्रिकोणीय मैट्रिक्स है और वह $\text{trace}(A^n) = 3a^n$ (जहाँ, ट्रेस सभी विकर्ण तत्वों का योग है)।

(ख) ऑर्डर n के गैर-एकवचन मैट्रिक्स T पर विचार करें जैसे कि

$$T^3 - 2T^2 + T - I = O_{n \times n} \text{ (null matrix)}$$

(i) उपरोक्त समीकरण का प्रयोग करें, साबित करें कि

$$T^{-1} = (T - I)^2.$$

(ii) दिखाएँ कि, अगर $A^2 = T$ तो $A = (T - I)^{-1}$ कुछ मैट्रिक्स A के लिए A .

13. (a) By drawing diagrams (or by making precise algebraic arguments), determine whether the following set is convex.

$$\{(x, y): y \geq e^x\}$$

- (b) Solve the competitive firm's profit maximizing use of labour and capital for the case where,

$$Y = L^{0.2}K^{0.6}, p = 100, w = 10, \text{ and } r = 20.$$

Find the optimum values of K , L and π . Also, show that the solution is true maximum.

(3+7)

P.T.O.

- (क) आरेख खींचकर (या सटीक बीजगणितीय तर्क बनाकर), यह निर्धारित करें कि निम्नलिखित सेट उत्तल है या नहीं।

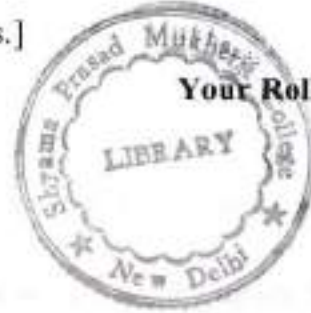
$$\{(x, y): y \geq e^x\}$$

- (ख) मामले के लिए श्रम और पूंजी के उपयोग को अधिकतम करने वाली प्रतिस्पर्धी फर्म के लाभ को हल करें, जहां,

$$Y = L^{0.2}K^{0.6}, p = 100, w = 10, \text{ और } r = 20$$

K, L और π के इष्टतम मान ज्ञात कीजिए। यह भी दर्शाएं कि हल सत्य अधिकतम है।

[This question paper contains 32 printed pages.]



Your Roll No.....

Sr. No. of Question Paper : 1349

F

Unique Paper Code : 2272101203

Name of the Paper : Intermediate Statistics for Economics

Name of the Course : B.A. (H) Economics DSC

Semester : II

Duration : 3 Hour

Maximum Marks : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. All questions within each section are to be answered in a contiguous manner on the answer sheet. Start each question on a new page, and all subparts of a question should follow one after the other.
3. All intermediate calculations should be rounded off to 3 decimal places. The values provided in statistical tables should not be rounded off. All final calculations should be rounded off to two decimal places.
4. The use of a simple non-programmable calculator is allowed.
5. Statistical tables are attached for your reference.
6. In all calculations, figures should be rounded to two decimal places.
7. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. प्रत्येक खंड के सभी प्रश्नों के उत्तर पत्रक पर सन्निहित तरीके से दीजिये। प्रत्येक प्रश्न को एक नए पृष्ठ पर प्रारंभ कीजिये, और एक प्रश्न के सभी उपभागों को एक के बाद एक अनुसरण कीजिये।
3. सभी मध्यवर्ती गणनाओं को 3 दशमलव स्थानों तक पूर्णांकित किया जाना चाहिए। सांख्यिकीय तालिकाओं में प्रदान किए गए मानों को गोल नहीं किया जाना चाहिए। सभी अंतिम गणनाओं को दो दशमलव स्थानों तक पूर्णांकित किया जाना चाहिए।
4. एक साधारण मैर-प्रोग्रामेबल कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।
5. सांख्यिकीय टेबल आपको संदर्भ के लिए संलग्न हैं।
6. सभी गणनाओं में, आंकड़ों को दो दशमलव स्थानों पर गोल किया जाना चाहिए।
7. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

SECTION I

Do any two questions.

किन्हीं दो प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

1. Let Y be the number of contracts received by a randomly selected infrastructure company. Suppose the probability mass function of Y is as follows :

Y	1	2	3	4
P(y)	0.2	0.4	0.3	0.1

- (a) Consider a random sample of two companies, obtain the probability distribution of S^2 (sample variance).
- (b) Calculate $P(S^2 > 2.7)$ and $P(1.5 < S^2 \leq 7.9)$, when a random sample of size two is selected. (5+5)

मान लीजिये कि Y बेतरतीब ढंग से चुनी गई इंप्रोस्ट्रक्चर कंपनी द्वारा प्राप्त अनुबंधों की संख्या है। मान लीजिए Y का प्रायिकता द्रव्यमान फलन इस प्रकार है :

Y	1	2	3	4
P(y)	0.2	0.4	0.3	0.1

- (अ) दो कंपनियों के एक यादृच्छिक नमूने पर विचार करें, S^2 (नमूना प्रसरण) का प्रायिकता वितरण प्राप्त कीजिए।
- (ब) $P(S^2 > 2.7)$ और $P(1.5 < S^2 \leq 7.9)$ की गणना कीजिए, जब आकार दो का एक यादृच्छिक नमूना चुना जाता है।
2. (a) How is systematic sampling different from judgement sampling. If $\text{Var}(X_1)$ is variance of X_1 and $\text{Var}(X_2)$ is variance of X_2 then $\text{Var}(aX_1 - bX_2) = a^2\text{Var}(X_1) + b^2\text{Var}(X_2)$, where a and b are constants. Is this statement true? Explain.
- (b) The teacher of an economics class of size 35 knows that the time needed to evaluate a randomly chosen first year paper is a random variable with mean value of 4 minutes and a standard deviation of 3 minutes. If evaluation times are independent and the teacher starts evaluation at 5:30 pm and evaluates continuously, what is the probability that she completes evaluation before 8pm dinner starts? (5+5)

- (अ) व्यवस्थित नमूनाकरण कैसे निर्णय नमूनाकरण से अलग है। यदि $\text{Var}(X_1)$ X_1 का विचरण है और $\text{Var}(X_2)$ X_2 का विचरण है तो $\text{Var}(aX_1 - bX_2) = a^2\text{Var}(X_1) + b^2\text{Var}(X_2)$, जहाँ a और b स्थिरांक हैं। क्या यह कখন सत्य है? व्याख्या कीजिए।
- (ब) आकार 35 के एक अर्थशास्त्र वर्ग के शिक्षक जानते हैं कि यादृच्छिक रूप से चुने गए प्रथम वर्ष के पेपर का मूल्यांकन करने के लिए आवश्यक समय 4 मिनट के औसत मूल्य और 3 मिनट के मानक विचलन के साथ एक यादृच्छिक चर है। यदि मूल्यांकन का समय स्वतंत्र है और शिक्षिका शाम 5:30 बजे मूल्यांकन शुरू करती है और लगातार मूल्यांकन करती है, तो इसकी क्या प्रायिकता है कि वह 8 बजे रात का खाना शुरू होने से पहले मूल्यांकन पूरा कर लेगी?

3. If $\mu_1 = 30$, $\mu_2 = 40$, $\mu_3 = 50$, $\sigma_1^2 = 15$, $\sigma_2^2 = 25$, and $\sigma_3^2 = 5$ are mean values and variance of three independently and normally distributed random variables X_1 , X_2 , and X_3 , respectively.

- (a) Calculate $P(24 \leq X \leq 39)$, where $X = 0.3X_1 - X_2 + 1.7X_3$.
- (b) Calculate $P(X_1 - 2X_2 \leq 3X_3)$. Can you find this probability if population is not normal and sample size is 3? Why/ Why not? (5+5)

यदि $\mu_1 = 30$, $\mu_2 = 40$, $\mu_3 = 50$, $\sigma_1^2 = 15$, $\sigma_2^2 = 25$, और $\sigma_3^2 = 5$ क्रमशः तीन स्वतंत्र रूप से और सामान्य रूप से वितरित यादृच्छिक चर X_1 , X_2 , और X_3 के माध्य मान और प्रसरण हैं।

- (अ) $P(24 \leq X \leq 39)$, की गणना कीजिए, जहाँ $X = 0.3X_1 - X_2 + 1.7X_3$ ।
- (ब) $P(X_1 - 2X_2 \leq 3X_3)$ की गणना कीजिए। यदि जनसंख्या सामान्य नहीं है और प्रतिदर्श आकार 3 है, तो क्या आप यह प्रायिकता जात कर सकते हैं? क्यों/क्यों नहीं?

SECTION II

Attempt any **three** questions.

किन्हीं तीन प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

4. (a) Suppose a sample of size n is to be drawn from a normal distribution where true standard deviation is 12.7. How large does n have to be to guarantee that the width of 97% confidence interval for true average value is 1.2. How does precision of estimation change if we change the confidence level from 97% to 99%.

- (b) Suppose a population is normally distributed with mean μ and unknown variance σ^2 . From this population, a sample of size 49 is drawn with an average value of 3.2 and standard deviation 2.6. Find the 92% confidence interval for μ . Write the interpretation of 92% confidence interval for μ , also write the upper confidence bound for μ for the 92% confidence level. (5+5)

(अ) मान लीजिए कि आकार n का एक नमूना एक सामान्य वितरण से खींचा जाना है जहाँ वास्तविक मानक विचलन 12.7 है। यह गारंटी देने के लिए n कितना बड़ा होना चाहिए कि सही औसत मान के लिए 97% विश्वास अंतराल की चौड़ाई 1.2 है। अगर हम कॉन्फिडेंस लेवल को 97% से 99% में बदल दें तो अनुमान की शुद्धता कैसे बदलती है।

(ब) मान लीजिए कि जनसंख्या सामान्य रूप से औसत μ और अज्ञात भिन्नता σ^2 के साथ वितरित की जाती है। इस आबादी से, आकार 49 का एक नमूना 3.2 के औसत मान और मानक विचलन 2.6 के साथ तैयार किया गया है। μ के लिए 92% विश्वास अंतराल ज्ञात कीजिए। μ के लिए 92% कॉन्फिडेंस इंटरवल की व्याख्या लिखें, 92% कॉन्फिडेंस लेवल के लिए μ के लिए अपर कॉन्फिडेंस बाउंड भी लिखें।

5. (a) Let $X_1, X_2, \dots, X_5$ be a random sample of size 5 from the pdf

$$f(x; \theta) = \theta x^{\theta-1} \text{ where } 0 \leq x \leq 1$$

Find the moment estimator of θ . If $X_1 = 0.34, X_2 = 0.27, X_3 = 0.79, X_4 = 0.82, X_5 = 0.19$, what will be the moment estimate for θ .

(b) (i) If an estimator is unbiased its mean square error (MSE) is equal to its variance, is this statement correct? Answer with the help of relevant derivation.

(ii) If $\bar{Y}$ and $\sum (Y_i - \bar{Y})^2 / n$ are maximum likelihood estimators (M.L.E.s) of the mean and variance of a normal distribution, then what will be the M.L.E. of $E(Y^2)$? (5+5)

(अ) मान लीजिये $X_1, X_2, \dots, X_5$ पीडीएफ से आकार 5 का एक यादृच्छिक नमूना हो

$$f(x; \theta) = \theta x^{\theta-1} \text{ जहाँ } 0 \leq x \leq 1$$

θ का आधूर्ण अनुमानक ज्ञात कीजिए। यदि $X_1 = 0.34, X_2 = 0.27, X_3 = 0.79, X_4 = 0.82, X_5 = 0.19$, θ के लिए आधूर्ण अनुमान क्या होगा?

(ब) (i) यदि एक अनुमानक निष्पक्ष है तो इसकी औसत वर्ग त्रुटि (MSE) इसके भिन्नता के बराबर है, क्या यह कथन सही है? प्रासंगिक व्युत्पत्ति की सहायता से उत्तर दीजिए।

(ii) यदि $\bar{Y}$ और $\sum (Y_i - \bar{Y})^2 / n$ एक सामान्य बंटन के माध्य और प्रसरण के अधिकतम संभावना अनुमानक (M.L.E.) हैं, तो $E(Y^2)$ का M.L.E. क्या होगा?

6. (a) A random sample of 100 items taken from a large batch of articles contains 5 defective items. Estimate the true average proportion of defective items in the batch in a way that conveys information about precision and reliability. (Assume 95% level of confidence).

- (b) Consider a sample of random variables $X_1, X_2, \dots, X_n$ where $n > 10$,

$E(X_i) = \mu$, $\text{Var}(X_i) = \sigma^2 > 0$ and the estimator $\hat{\gamma} = \frac{1}{n-10} \sum_{i=11}^n X_i$. Calculate

(i) Bias of $\hat{\gamma}$

(ii) Variance of $\hat{\gamma}$

(iii) Mean Square Error of $\hat{\gamma}$

(5+5)

- (अ) लेखों के एक बड़े बैच से लिए गए 100 आइटमों के एक यादृच्छिक नमूने में 5 दोषपूर्ण आइटम हैं। बैच में दोषपूर्ण वस्तुओं के वास्तविक औसत अनुपात का इस तरह से अनुमान लगाएं जो सटीकता और विश्वसनीयता के बारे में जानकारी देता है। (95% आत्मविश्वास का स्तर मान लीजिए)।

- (ब) यादृच्छिक चर $X_1, X_2, \dots, X_n$ के एक नमूने पर विचार कीजिए जहाँ $n > 10$, $E(X_i) = \mu$,

$\text{Var}(X_i) = \sigma^2 > 0$ और अनुमानक ? $\hat{\gamma} = \frac{1}{n-10} \sum_{i=11}^n X_i$ गणना कीजिए

(i) $\hat{\gamma}$ का बायस

(ii) $\hat{\gamma}$ का प्रसरण

(iii) $\hat{\gamma}$ की माध्य वर्ग त्रुटि

7. (a) A psychologist estimates the mean reaction time for a sample of $n = 9$ respondents.

(i) Calculate the width of the 90% confidence interval for true population variance σ^2 .

(ii) Calculate the upper bound on sample size " n " so that the expected width of the confidence interval calculated in (i) does not exceed the true population variance σ^2 .

(b) A random sample of 20 workers in a village was found to have a mean daily income of Rs. 45 and a sample standard deviation of Rs. 8. Based on the sample data, the government wants to obtain an estimate of the minimum income earned by workers " w ", which covers 99 percent of workers in the population. Calculate w . (Assume population distribution to be normal). (5+5)

(अ) एक मनोवैज्ञानिक $n = 9$ उत्तरदाताओं के नमूने के लिए औसत प्रतिक्रिया समय का अनुमान लगाता है।

(i) वास्तविक जनसंख्या प्रसरण σ^2 के लिए 90% कॉन्फिडेंस इंटरवल की चौड़ाई की गणना कीजिए।

(ii) नमूना आकार " n " पर ऊपरी सीमा की गणना कीजिए ताकि (i) में गणना की गई विश्वास अंतराल की अपेक्षित चौड़ाई वास्तविक जनसंख्या भिन्नता σ^2 से अधिक न हो।

(ब) एक गाँव में 20 श्रमिकों के एक यादृच्छिक नमूने में रुपये की औसत दैनिक आय 45 रुपये पाई गई और नमूना मानक विचलन 8 रुपये है। नमूना डेटा के आधार पर, सरकार श्रमिकों "डब्ल्यू" द्वारा अर्जित न्यूनतम आय का अनुमान प्राप्त करना चाहती है, जो आबादी में 99 प्रतिशत श्रमिकों को कवर करती है। डब्ल्यू की गणना कीजिए। (जनसंख्या वितरण को सामान्य मान कीजिए)।

SECTION III

Attempt any four questions.

किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

8. (a) The chip of a processor requires a special kind of setting. A lot of re-setting is required if the setting is not optimal. Prior to a demo too many re-setting operations were required. In a sample of 200 units, 26 chips required re-setting. A training workshop explained the process of chips manufacturing in a dynamic and efficient manner that reduced the task of re-setting. A new sample of size 200 had only 12 that needed re-setting. Is this sufficient evidence to conclude at the 0.01 level of significance that the training workshop have been effective in reducing the task of re-setting?
- (b) Studying the entry of runners at two busy parks between 6 p.m. and 8 p.m., it was found that on 40 weekdays there were on the average 247.3 runners entering the first park while on 30 weekdays there were on the average 254.1 runners entering the second park. The corresponding sample standard deviations are $s_1 = 15.2$ and $s_2 = 18.7$. Test the null hypothesis $\mu_1 - \mu_2 = 0$ against the alternative hypothesis $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$ at the level of significance $\alpha = 0.01$. What would be your conclusion using the p-value of the test. (5+5)

(अ) प्रोसेसर की चिप को एक विशेष प्रकार की सेटिंग की आवश्यकता होती है। यदि सेटिंग इष्टतम नहीं है तो बहुत सी री-सेटिंग की आवश्यकता होती है। डेमो से पहले बहुत से री-सेटिंग ऑपरेशन की आवश्यकता होती थी। 200 इकाइयों के नमूने में, 26 चिप्स को फिर से सेट करने की

आवश्यकता होती है। एक प्रशिक्षण कार्यशाला में चिप्स निर्माण की प्रक्रिया को गतिशील और कुशल तरीके से समझाया गया, जिससे री-सेटिंग का कार्य कम हो गया। आकार 200 के एक नए नमूने में केवल 12 थे जिन्हें फिर से सेट करने की आवश्यकता थी। क्या यह 0.01 के महत्व के स्तर पर निष्कर्ष निकालने के लिए पर्याप्त साक्ष्य है कि प्रशिक्षण कार्यशाला पुनः सेटिंग के कार्य को कम करने में प्रभावी रही है?

- (ब) शाम 6 और रात 8 बजे के बीच दो व्यस्त पार्कों में धावकों के प्रवेश का अध्ययन किया गया। यह पाया गया कि 40 सप्ताह के दिनों में औसतन 247.3 धावक पहले पार्क में प्रवेश करते थे जबकि 30 सप्ताह के दिनों में दूसरे पार्क में औसतन 254.1 धावक प्रवेश करते थे। संबंधित नमूना मानक विचलन $s_1 = 15.2$ और $s_2 = 18.7$ हैं। शून्य परिकल्पना $\mu_1 - \mu_2 = 0$ का वैकल्पिक परिकल्पना $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$ के विरुद्ध महत्व $\alpha = 0.01$, के स्तर पर परीक्षण कीजिए। p -वैल्यू का प्रयोग करके आपका निष्कर्ष क्या होगा?

9. (a) A student is timed 20 times in the performance of a task, getting mean $\bar{x} = 7.9$ minutes and standard deviation $s = 1.2$ minutes. If the probability of a Type I error is to be at most 0.05, does this constitute evidence against the null hypothesis that the average time is less than or equal to 7.5 minutes? Find the p -value of the test.

- (b) Playing 10 rounds of golf every week, a golf professional averaged 71.3 with a standard deviation of 2.64. Test the null hypothesis that the consistency of his game is actually measured by standard deviation $\sigma = 2.40$, against the alternative hypothesis that he is less consistent. Use the level of significance 0.05. Assume that the distribution of his score every week, is approximately normal.

(5+5)

(अ) एक छात्र को एक कार्य के प्रदर्शन में 20 बार समय दिया जाता है, माध्य $\bar{x} = 7.9$ मिनट और मानक विचलन $s = 1.2$ मिनट प्राप्त होता है। यदि किसी प्रकार की त्रुटि की संभावना अधिकतम 0.05 है, तो क्या यह शून्य परिकल्पना के खिलाफ साक्ष्य का गठन करता है कि औसत समय 7.5 मिनट से कम या उसके बराबर है? परीक्षण का p -मान ज्ञात कीजिए।

(ब) हर हफ्ते गोल्फ के 10 राउंड खेलते हुए, एक गोल्फ पेशेवर का औसत 2.64 के मानक विचलन के साथ 7.3 था। शून्य परिकल्पना का परीक्षण कीजिए कि उसके खेल की निरंतरता वास्तव में मानक विचलन $\sigma = 2.40$ द्वारा मापी जाती है, वैकल्पिक परिकल्पना के विरुद्ध कि वह कम सुसंगत है। महत्व के स्तर 0.05 का उपयोग कीजिए। मान लीजिए कि हर हफ्ते उसके स्कोर का वितरण लगभग सामान्य है।

10. (a) Suppose an automobile company is looking for additives that might increase gas mileage. As a pilot study, they send thirty cars fueled with a new additive on a road trip from Bengaluru to Ahmedabad. Without the additive, those same cars are known to average 25.0 mpg with a standard deviation (σ) of 2.4mpg. Suppose it turns out that the thirty cars average $\bar{y} = 26.3$ mpg with the additive. What should the company conclude at 5% level of significance?

(b) Using the same information as in part a) suppose the company can commit two different types of errors. If the additive is effective but the position is taken that the increase from 25.0 to 26.3 is due solely to chance, the company will mistakenly pass up a potentially lucrative product. On the other hand, if the additive is not effective but the firm interprets the mileage increase as "proof" that the additive works, time and money will ultimately be wasted developing a product that has no intrinsic value. What are these errors known as? Calculate the probability of both the errors if the rejection region is given as $\bar{x} \geq 25.718$. Also assume that the true population mean (with the additive) is 25.750.

(5+5)

(अ) मान लीजिए कि एक ऑटोमोबाइल कंपनी एडिटिव्स की तलाश कर रही है जो गैस माइलेज बढ़ा सकती है। एक पायलट अध्ययन के रूप में, वे बेंगलुरु से अहमदाबाद की सड़क यात्रा पर एक नए योजक के साथ तीस कारों को भेजते हैं। योज्य के बिना, उन्हीं कारों को 2.4mpg के मानक विचलन (σ) तथा 25.0 mpg के औसत के साथ जाना जाता है। मान लीजिए कि यह पता चला है कि तीस कारों का औसत $\bar{y} = 26.3$ mpg एडिटिव के साथ है। 5% सार्थकता स्तर पर कंपनी को क्या निष्कर्ष निकालना चाहिए?

(ब) भाग (ए) के समान जानकारी का उपयोग करके मान लीजिए कि कंपनी दो अलग-अलग प्रकार की त्रुटियाँ कर सकती है। यदि योज्य प्रभावी है, लेकिन स्थिति यह है कि 25.0 से 26.3 तक की वृद्धि पूरी तरह से संयोग के कारण है, तो कंपनी गलती से एक संभावित आकर्षक उत्पाद को छोड़ देगी। दूसरी ओर, यदि योजक प्रभावी नहीं है, लेकिन फर्म माइलेज वृद्धि को "सबूत" के रूप में व्याख्या करती है कि योजक काम करता है, समय और पैसा अंततः एक ऐसे उत्पाद को विकसित करने में बर्बाद हो जाएगा जिसका कोई आंतरिक मूल्य नहीं है। इन त्रुटियों को क्या कहा जाता है? यदि अस्वीकृति क्षेत्र : $\bar{x} \geq 25.718$ के रूप में दिया गया है, तो दोनों त्रुटियों की संभावना की गणना कीजिए। यह भी मान लीजिए कि वास्तविक जनसंख्या माध्य (योजक के साथ) 25.750 है।

11. (a) A random sample of 1000 workers from South India shows that their mean wages are Rs. 47 per hour with a standard deviation of Rs. 28. A random sample of 1500 workers from North India gives a mean wage of Rs. 49 per hour with a standard deviation of Rs. 40. Test if there is any significant difference between mean wages across North and South India for the population of workers at 1 % level of significance.

- (b) Two different computer processors are compared by measuring the processing speed for different operations performed by computers using the two processors. If 12 measurements with the first processor had a standard deviation of 0.1 GHz and 16 measurements with the second processor had a standard deviation of 0.15 GHz, can it be concluded that the processing speed of the second processor is less uniform? Use $\alpha = 0.05$ level of significance. What assumptions must be made as to how the two samples are obtained? (5+5)

(अ) दक्षिण भारत के 1000 श्रमिकों का एक यादृच्छिक नमूना दर्शाता है कि उनकी औसत मजदूरी 47 रुपये तथा मानक विचलन प्रति घंटा 28 रुपये है। उत्तर भारत के 1500 श्रमिकों का एक यादृच्छिक नमूना का औसत वेतन 49 रुपये प्रति घंटा तथा मानक विचलन 40 रुपये प्रति घंटा है। 1% सार्थक स्तर पर श्रमिकों की आबादी के लिए उत्तर और दक्षिण भारत में औसत मजदूरी के बीच कोई महत्वपूर्ण अंतर है या नहीं, इसका परीक्षण कीजिए।

(ब) दो अलग-अलग कंप्यूटर प्रोसेसर की तुलना दो प्रोसेसर का उपयोग कर कंप्यूटर द्वारा किए गए विभिन्न कार्यों के लिए प्रसंस्करण गति को मापने के द्वारा की जाती है। यदि पहले प्रोसेसर के साथ 12 मापों में 0.1 गीगाहर्टज का मानक विचलन था और दूसरे प्रोसेसर के साथ 16 मापों में 0.15 गीगाहर्टज का मानक विचलन था, तो क्या यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि दूसरे प्रोसेसर की प्रसंस्करण गति कम एकसमान है? महत्व के 0.05 स्तर का उपयोग कीजिए। दो नमूने कैसे प्राप्त किए जाते हैं, इसके बारे में क्या धारणाएँ बनाई जानी चाहिए?

12. (a) In a pilot process, almond milk was manufactured in $n = 8$ plants to yield (in litres) in a week.

26.8	32.5	29.7	24.6	31.5	39.8	26.5	19.9
------	------	------	------	------	------	------	------

Conduct a test of hypotheses with the intent of showing that the mean production is less than 36.2. Take level of significance $\alpha = 0.01$ and assume a normal population. Based on your conclusion, what error could you have made? Explain in the context of the problem.

- (b) Using the 95% confidence interval, for the mean reading time, following information is obtained:

N	Sample Mean	Sample Standard Deviation	95% Confidence Interval
15	6.009	1.078	(5.412, 6.606)

- (i) Decide whether or not to reject $H_0: \mu = 5.5$ hours in favour of $H_1: \mu \neq 5.5$ hours at level of significance $\alpha = 0.05$.

- (ii) Decide whether or not to reject $H_0: \mu = 5.3$ hours in favour of $H_1: \mu \neq 5.3$ hours at level of significance $\alpha = 0.05$.

- (iii) Based on the example what is the relationship between tests for two-sided alternatives and confidence intervals? (5+5)

- (ज) एक पायलट प्रक्रिया में, बादाम का दूध $n = 8$ पौधों में एक सप्ताह में उपज (लीटर में) के लिए निर्मित किया गया था।

26.8	32.5	29.7	24.6	31.5	39.8	26.5	19.9
------	------	------	------	------	------	------	------

औसत उत्पादन 36.2 से कम है यह दिखाने के इरादे से परिकल्पना का परीक्षण कीजिए। महत्व का स्तर $\alpha = 0.01$, लीजिए और एक सामान्य जनसंख्या मान लीजिए। आपके निष्कर्ष के आधार पर, आप क्या ब्रुटि कर सकते थे? समस्या के संदर्भ में व्याख्या कीजिए।

- (ब) औसत पढ़ने के समय के लिए 95% विश्वास अंतराल का उपयोग करते हुए, निम्नलिखित जानकारी प्राप्त की जाती है :

N	Sample Mean	Sample Standard Deviation	95% Confidence Interval
15	6.009	1.078	(5.412, 6.606)

- (i) तय कीजिए कि $H_0: \mu = 5.5$ घंटे को अस्वीकार करना है या नहीं $H_1: \mu \neq 5.5$ घंटे के पक्ष में, महत्व के स्तर $\alpha = 0.05$ पर।
- (ii) तय कीजिए कि $H_0: \mu = 5.3$ घंटे को अस्वीकार करना है या नहीं $H_1: \mu \neq 5.3$ घंटे के पक्ष में, महत्व के स्तर $\alpha = 0.05$ पर।
- (iii) उदाहरण के आधार पर दो तरफा विकल्पों और विश्वास अंतराल के लिए परीक्षणों के बीच क्या संबंध है?

A-2 Appendix Tables

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities

a. $n = 5$

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x b(y; n, p)$$

		<i>p</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.951	.774	.590	.328	.237	.168	.078	.031	.010	.002	.001	.000	.000	.000	.000
	1	.999	.977	.919	.737	.633	.528	.337	.188	.087	.031	.016	.007	.000	.000	.000
	2	1.000	.999	.991	.942	.896	.837	.683	.500	.317	.163	.104	.058	.009	.001	.000
	3	1.000	1.000	1.000	.993	.984	.969	.913	.812	.663	.472	.367	.263	.081	.023	.001
	4	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.998	.990	.969	.922	.832	.763	.672	.410	.226	.049

b. $n = 10$

		<i>p</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.904	.599	.349	.107	.056	.028	.006	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.996	.914	.736	.376	.244	.149	.046	.011	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	1.000	.988	.930	.678	.526	.383	.167	.055	.012	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.999	.987	.879	.776	.650	.382	.172	.055	.011	.004	.001	.000	.000	.000
	4	1.000	1.000	.998	.967	.922	.850	.633	.377	.166	.047	.020	.006	.000	.000	.000
	5	1.000	1.000	1.000	.994	.960	.953	.834	.623	.367	.150	.078	.033	.002	.000	.000
	6	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.989	.945	.828	.618	.350	.224	.121	.013	.001	.000
	7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.988	.945	.833	.617	.474	.322	.070	.012	.000
	8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.989	.954	.851	.756	.624	.264	.086	.004
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.972	.944	.893	.651	.401	.096

c. $n = 15$

		<i>p</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.860	.463	.206	.035	.013	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.990	.829	.549	.167	.080	.035	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	1.000	.964	.816	.398	.236	.127	.027	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.995	.944	.648	.461	.297	.091	.018	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	4	1.000	.999	.987	.836	.686	.515	.217	.059	.009	.001	.000	.000	.000	.000	.000
	5	1.000	1.000	.998	.939	.852	.722	.403	.151	.034	.004	.001	.000	.000	.000	.000
	6	1.000	1.000	1.000	.982	.943	.869	.610	.304	.095	.015	.004	.001	.000	.000	.000
	7	1.000	1.000	1.000	.996	.983	.950	.787	.500	.213	.050	.017	.004	.000	.000	.000
	8	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.985	.905	.696	.390	.131	.057	.018	.000	.000	.000
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.966	.849	.597	.278	.148	.061	.002	.000	.000
	10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.991	.941	.783	.485	.314	.164	.013	.001	.000
	11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.982	.909	.703	.539	.352	.056	.005	.000
	12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.973	.873	.764	.602	.184	.036	.000
	13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.995	.965	.920	.833	.451	.171	.010
	14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.995	.987	.965	.794	.537	.140

(continued)

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities (cont.)

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x b(y; n, p)$$

d. $n = 20$

x	p														
	0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
0	.818	.358	.122	.012	.003	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
1	.983	.736	.392	.069	.024	.008	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
2	.999	.925	.677	.206	.091	.035	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3	1.000	.984	.867	.411	.225	.107	.016	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4	1.000	.997	.957	.630	.415	.238	.051	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
5	1.000	1.000	.989	.804	.617	.416	.126	.021	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
6	1.000	1.000	.998	.913	.786	.608	.250	.058	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000
7	1.000	1.000	1.000	.968	.898	.772	.416	.132	.021	.001	.000	.000	.000	.000	.000
8	1.000	1.000	1.000	.990	.959	.887	.596	.252	.057	.005	.001	.000	.000	.000	.000
9	1.000	1.000	1.000	.997	.986	.952	.755	.412	.128	.017	.004	.001	.000	.000	.000
10	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.983	.872	.588	.245	.048	.014	.003	.000	.000	.000
11	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.995	.943	.748	.404	.113	.041	.010	.000	.000	.000
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.979	.868	.584	.228	.102	.032	.000	.000	.000
13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.994	.942	.750	.392	.214	.087	.002	.000	.000
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.979	.874	.584	.383	.196	.011	.000	.000
15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.994	.949	.762	.585	.370	.043	.003	.000
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.984	.893	.775	.589	.133	.016	.000
17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.965	.909	.794	.323	.075	.001
18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.992	.976	.931	.608	.264	.017
19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.997	.988	.878	.642	.182

(continued)

A-4 Appendix Tables

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities (cont.)

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x b(y; n, p)$$

e. $n = 25$

		<i>p</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.778	.277	.072	.004	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.974	.642	.271	.027	.007	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	.998	.873	.537	.098	.032	.009	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.966	.764	.234	.096	.033	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	4	1.000	.993	.902	.421	.214	.090	.009	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	5	1.000	.999	.967	.617	.378	.193	.029	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	6	1.000	1.000	.991	.780	.561	.341	.074	.007	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	7	1.000	1.000	.998	.891	.727	.512	.154	.022	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	8	1.000	1.000	1.000	.953	.851	.677	.274	.054	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	9	1.000	1.000	1.000	.983	.929	.811	.425	.115	.013	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	10	1.000	1.000	1.000	.994	.970	.902	.586	.212	.034	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	11	1.000	1.000	1.000	.998	.980	.956	.732	.345	.078	.006	.001	.000	.000	.000	.000
	12	1.000	1.000	1.000	1.000	.997	.983	.846	.500	.154	.017	.003	.000	.000	.000	.000
	13	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.922	.655	.268	.044	.020	.002	.000	.000	.000
	14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.966	.788	.414	.098	.030	.006	.000	.000	.000
	15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.987	.885	.575	.189	.071	.017	.000	.000	.000
	16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.946	.726	.323	.149	.047	.000	.000	.000
	17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.978	.846	.488	.273	.109	.002	.000	.000
	18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.991	.926	.659	.439	.220	.009	.000	.000
	19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.971	.807	.622	.383	.033	.001	.000
	20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.991	.910	.786	.579	.098	.007	.000
	21	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.967	.904	.766	.236	.034	.000
	22	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.991	.968	.902	.463	.127	.002
	23	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.993	.973	.729	.358	.026
	24	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.928	.723	.222

Table A.2 Cumulative Poisson Probabilities

$$F(x; \mu) = \sum_{y=0}^x \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!}$$

		<i>μ</i>									
		.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0
<i>x</i>	0	.905	.819	.741	.670	.607	.549	.497	.449	.407	.368
	1	.995	.982	.963	.938	.910	.878	.844	.809	.772	.736
	2	1.000	.999	.996	.992	.986	.977	.966	.953	.937	.920
	3		1.000	1.000	.999	.998	.997	.994	.991	.987	.981
	4				1.000	1.000	1.000	.999	.999	.998	.996
	5							1.000	1.000	1.000	.999
	6										1.000

(continued)

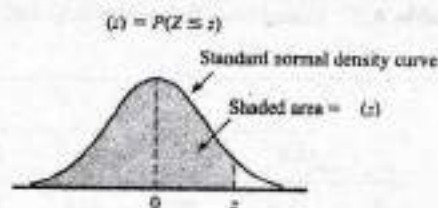
Table A.2 Cumulative Poisson Probabilities (cont.)

$$F(x; \mu) = \sum_{y=0}^x \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!}$$

	μ										
	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	15.0	20.0
0	.135	.050	.018	.007	.002	.001	.000	.000	.000	.000	.000
1	.406	.199	.092	.040	.017	.007	.003	.001	.000	.000	.000
2	.677	.423	.238	.125	.062	.030	.014	.006	.003	.000	.000
3	.857	.647	.433	.265	.151	.082	.042	.021	.010	.000	.000
4	.947	.815	.629	.440	.285	.173	.100	.055	.029	.001	.000
5	.983	.916	.785	.616	.446	.301	.191	.116	.067	.003	.000
6	.995	.966	.889	.762	.606	.450	.313	.207	.130	.008	.000
7	.999	.988	.949	.867	.744	.599	.453	.324	.220	.018	.001
8	1.000	.996	.979	.932	.847	.729	.593	.456	.333	.037	.002
9		.999	.992	.968	.916	.830	.717	.587	.458	.070	.005
10		1.000	.997	.986	.957	.901	.816	.706	.583	.118	.011
11			.999	.995	.980	.947	.888	.803	.697	.185	.021
12			1.000	.998	.991	.973	.936	.876	.792	.268	.039
13				.999	.996	.987	.966	.926	.864	.363	.066
14				1.000	.999	.994	.983	.959	.917	.466	.105
15					.999	.998	.992	.978	.951	.568	.157
16					1.000	.999	.996	.989	.973	.664	.221
17						1.000	.998	.995	.986	.749	.297
18							.999	.998	.993	.819	.381
19							1.000	.999	.997	.875	.470
20								1.000	.998	.917	.559
21									.999	.947	.644
22									1.000	.967	.721
23										.981	.787
24										.989	.843
25										.994	.888
26										.997	.922
27										.998	.948
28										.999	.966
29										1.000	.978
30											.987
31											.992
32											.995
33											.997
34											.999
35											.999
36											1.000

A-6 Appendix Tables

Table A.3 Standard Normal Curve Areas



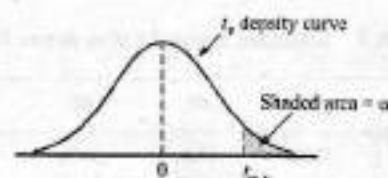
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0352	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0722	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3482
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

(continued)

Table A.3 Standard Normal Curve Areas (cont.)

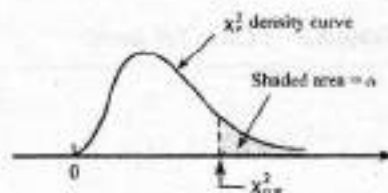
$$\Phi(z) = P(Z \leq z)$$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9278	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

Table A.5 Critical Values for t Distributions

v	α						
	.10	.05	.025	.01	.005	.001	.0005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31	636.62
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
32	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.365	3.622
34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.348	3.601
36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719	3.333	3.582
38	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712	3.319	3.566
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.262	3.496
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

Table A.7 Critical Values for Chi-Squared Distributions

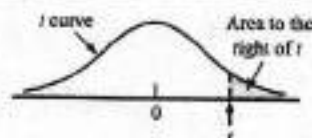


ν	α									
	.995	.99	.975	.95	.90	.10	.05	.025	.01	.005
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.843	5.025	6.637	7.882
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.992	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.344	12.837
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.832	15.085	16.748
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.440	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.012	18.474	20.276
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.534	20.090	21.954
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.022	21.665	23.587
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.724	26.755
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.041	19.812	22.362	24.735	27.687	29.817
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.600	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.577	32.799
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.407	7.564	8.682	10.085	24.769	27.587	30.190	33.408	35.716
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.843	7.632	8.906	10.117	11.651	27.203	30.143	32.852	36.190	38.580
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.033	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.670	35.478	38.930	41.399
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.042	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.195	11.688	13.090	14.848	32.007	35.172	38.075	41.637	44.179
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.558
25	10.519	11.523	13.120	14.611	16.473	34.381	37.652	40.646	44.313	46.925
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.807	12.878	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.194	46.962	49.642
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.120	14.256	16.147	17.708	19.768	39.087	42.557	45.772	49.586	52.333
30	13.787	14.954	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
31	14.457	15.655	17.538	19.280	21.433	41.422	44.985	48.231	52.190	55.000
32	15.134	16.362	18.291	20.072	22.271	42.585	46.194	49.480	53.486	56.328
33	15.814	17.073	19.046	20.866	23.110	43.745	47.400	50.724	54.774	57.646
34	16.501	17.789	19.806	21.664	23.952	44.903	48.602	51.966	56.061	58.964
35	17.191	18.508	20.569	22.465	24.796	46.059	49.802	53.203	57.340	60.272
36	17.887	19.233	21.336	23.269	25.643	47.212	50.998	54.437	58.619	61.581
37	18.584	19.960	22.105	24.075	26.492	48.363	52.192	55.667	59.891	62.880
38	19.289	20.691	22.878	24.884	27.343	49.513	53.384	56.896	61.162	64.181
39	19.994	21.425	23.654	25.695	28.196	50.660	54.572	58.119	62.426	65.473
40	20.706	22.164	24.433	26.509	29.050	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766

$$\text{For } \nu > 40, \chi^2_{\alpha, \nu} \approx \nu \left(1 - \frac{2}{9\nu} + z_{\alpha} \sqrt{\frac{2}{9\nu}} \right)^3$$

A-12 Appendix Tables

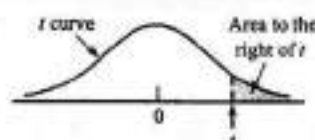
Table A.8 t Curve Tail Areas



t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0.0	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500
0.1	.468	.465	.463	.463	.462	.462	.462	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461
0.2	.437	.430	.427	.426	.425	.424	.424	.423	.423	.423	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422
0.3	.407	.396	.392	.390	.388	.387	.386	.386	.385	.385	.385	.384	.384	.384	.384	.384	.384	.384
0.4	.379	.364	.358	.355	.353	.352	.351	.350	.349	.349	.348	.348	.348	.347	.347	.347	.347	.347
0.5	.352	.333	.326	.322	.319	.317	.316	.315	.315	.314	.313	.313	.313	.312	.312	.312	.312	.312
0.6	.328	.305	.295	.290	.287	.285	.284	.283	.282	.281	.280	.280	.279	.279	.279	.278	.278	.278
0.7	.306	.278	.267	.261	.258	.255	.253	.252	.251	.250	.249	.249	.248	.247	.247	.247	.247	.246
0.8	.285	.254	.241	.234	.230	.227	.225	.223	.222	.221	.220	.220	.219	.218	.218	.218	.217	.217
0.9	.267	.232	.217	.210	.205	.201	.199	.197	.196	.195	.194	.193	.192	.191	.191	.191	.190	.190
1.0	.250	.211	.196	.187	.182	.178	.175	.173	.172	.170	.169	.169	.168	.167	.167	.166	.166	.165
1.1	.235	.193	.176	.167	.162	.157	.154	.152	.150	.149	.147	.146	.146	.144	.144	.144	.143	.143
1.2	.221	.177	.158	.148	.142	.138	.135	.132	.130	.129	.128	.127	.126	.124	.124	.124	.123	.123
1.3	.209	.162	.142	.132	.125	.121	.117	.115	.113	.111	.110	.109	.108	.107	.107	.106	.105	.105
1.4	.197	.148	.128	.117	.110	.106	.102	.100	.098	.096	.095	.093	.092	.091	.091	.090	.089	.089
1.5	.187	.136	.115	.104	.097	.092	.089	.086	.084	.082	.081	.080	.079	.077	.077	.077	.076	.075
1.6	.178	.125	.104	.092	.085	.080	.077	.074	.072	.070	.069	.068	.067	.065	.065	.065	.064	.064
1.7	.169	.116	.094	.082	.075	.070	.065	.064	.062	.060	.059	.057	.056	.055	.055	.054	.054	.053
1.8	.161	.107	.085	.073	.066	.061	.057	.055	.053	.051	.050	.049	.048	.046	.046	.045	.045	.044
1.9	.154	.099	.077	.065	.058	.053	.050	.047	.045	.043	.042	.041	.040	.038	.038	.038	.037	.037
2.0	.148	.092	.070	.058	.051	.046	.043	.040	.038	.037	.035	.034	.033	.032	.032	.031	.031	.030
2.1	.141	.085	.063	.052	.045	.040	.037	.034	.033	.031	.030	.029	.028	.027	.027	.026	.025	.025
2.2	.136	.079	.058	.046	.040	.035	.032	.029	.028	.026	.025	.024	.023	.022	.022	.021	.021	.021
2.3	.131	.074	.052	.041	.035	.031	.027	.025	.023	.022	.021	.020	.019	.018	.018	.018	.017	.017
2.4	.126	.069	.048	.037	.031	.027	.024	.022	.020	.019	.018	.017	.016	.015	.015	.014	.014	.014
2.5	.121	.065	.044	.033	.027	.023	.020	.018	.017	.016	.015	.014	.013	.012	.012	.011	.011	.011
2.6	.117	.061	.040	.030	.024	.020	.018	.016	.014	.013	.012	.012	.011	.010	.010	.010	.009	.009
2.7	.113	.057	.037	.027	.021	.018	.015	.014	.012	.011	.010	.010	.009	.008	.008	.008	.008	.007
2.8	.109	.054	.034	.024	.019	.016	.013	.012	.010	.009	.009	.008	.008	.007	.007	.006	.006	.006
2.9	.106	.051	.031	.022	.017	.014	.011	.010	.009	.008	.007	.007	.006	.005	.005	.005	.005	.005
3.0	.102	.048	.029	.020	.015	.012	.010	.009	.007	.007	.006	.006	.005	.004	.004	.004	.004	.004
3.1	.099	.045	.027	.018	.013	.011	.009	.007	.006	.006	.005	.005	.004	.004	.004	.003	.003	.003
3.2	.096	.043	.025	.016	.012	.009	.008	.006	.005	.005	.004	.004	.003	.003	.003	.003	.003	.002
3.3	.094	.040	.023	.015	.011	.008	.007	.005	.005	.004	.004	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002
3.4	.091	.038	.021	.014	.010	.007	.006	.005	.004	.003	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.002
3.5	.089	.036	.020	.012	.009	.006	.005	.004	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001
3.6	.086	.035	.018	.011	.008	.006	.004	.004	.003	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001
3.7	.084	.033	.017	.010	.007	.005	.004	.003	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.8	.082	.031	.016	.010	.006	.004	.003	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.9	.080	.030	.015	.009	.006	.004	.003	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
4.0	.078	.029	.014	.008	.005	.004	.003	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000

(continued)

Table A.8 t Curve Tail Areas (cont.)



t	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	35	40	60	120	$\infty (= z)$
0.0	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500
0.1	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.460	.460	.460	.460	.460
0.2	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.421	.421	.421	.421	.421	.421	.421	.421	.421
0.3	.384	.384	.384	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.382	.382
0.4	.347	.347	.347	.347	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.345	.345
0.5	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.310	.310	.310	.310	.310	.309	.309	.309
0.6	.278	.278	.278	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.276	.276	.275	.275	.274
0.7	.246	.246	.246	.246	.245	.245	.245	.245	.245	.245	.245	.245	.244	.244	.243	.243	.242
0.8	.217	.217	.216	.216	.216	.216	.216	.215	.215	.215	.215	.215	.215	.214	.213	.213	.212
0.9	.190	.189	.189	.189	.189	.189	.188	.188	.188	.188	.188	.188	.187	.187	.186	.185	.184
1.0	.165	.165	.164	.164	.164	.164	.163	.163	.163	.163	.163	.163	.162	.162	.161	.160	.159
1.1	.143	.142	.142	.142	.141	.141	.141	.141	.141	.140	.140	.140	.139	.139	.138	.137	.136
1.2	.122	.122	.122	.121	.121	.121	.121	.120	.120	.120	.120	.120	.119	.119	.117	.116	.115
1.3	.105	.104	.104	.104	.103	.103	.103	.103	.102	.102	.102	.102	.101	.101	.099	.098	.097
1.4	.089	.089	.088	.088	.087	.087	.087	.086	.086	.086	.086	.086	.085	.085	.083	.082	.081
1.5	.075	.075	.074	.074	.074	.073	.073	.073	.073	.072	.072	.072	.071	.071	.069	.068	.067
1.6	.063	.063	.062	.062	.062	.061	.061	.061	.061	.060	.060	.060	.059	.059	.057	.056	.055
1.7	.053	.052	.052	.052	.051	.051	.051	.051	.050	.050	.050	.050	.049	.048	.047	.046	.045
1.8	.044	.043	.043	.043	.042	.042	.042	.042	.042	.041	.041	.041	.040	.040	.038	.037	.036
1.9	.036	.036	.036	.035	.035	.035	.035	.034	.034	.034	.034	.034	.033	.033	.031	.030	.029
2.0	.030	.030	.029	.029	.029	.028	.028	.028	.028	.028	.027	.027	.027	.026	.025	.024	.023
2.1	.025	.024	.024	.024	.023	.023	.023	.023	.023	.022	.022	.022	.022	.021	.020	.019	.018
2.2	.020	.020	.020	.019	.019	.019	.019	.018	.018	.018	.018	.018	.017	.017	.016	.015	.014
2.3	.016	.016	.016	.016	.015	.015	.015	.015	.015	.015	.014	.014	.014	.013	.012	.012	.011
2.4	.013	.013	.013	.013	.012	.012	.012	.012	.012	.012	.011	.011	.011	.011	.010	.009	.008
2.5	.011	.011	.010	.010	.010	.010	.010	.010	.009	.009	.009	.009	.009	.008	.008	.007	.006
2.6	.009	.009	.008	.008	.008	.008	.008	.008	.007	.007	.007	.007	.007	.007	.006	.005	.005
2.7	.007	.007	.007	.007	.006	.006	.006	.006	.006	.006	.006	.006	.005	.005	.004	.004	.003
2.8	.006	.006	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.004	.004	.004	.003	.003	.003
2.9	.005	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.003	.003	.003	.003	.002	.002
3.0	.004	.004	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.001
3.1	.003	.003	.003	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001
3.2	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001
3.3	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000
3.4	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000
3.5	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000	.000
3.6	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000	.000	.000	.000
3.7	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3.8	.001	.001	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3.9	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4.0	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000

A-14 Appendix Tables

Table A.9 Critical Values for F Distributions

		ν_1 = numerator df								
α		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	.100	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.86
	.050	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54
	.010	4052.20	4999.50	5403.40	5624.60	5763.60	5859.00	5928.40	5981.10	6022.50
	.001	405,284	500,000	540,379	562,500	576,405	585,937	592,873	598,144	602,284
2	.100	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38
	.050	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38
	.010	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39
	.001	998.50	999.00	999.17	999.25	999.30	999.33	999.36	999.37	999.39
3	.100	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24
	.050	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81
	.010	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35
	.001	167.03	148.50	141.11	137.10	134.58	132.85	131.58	130.62	129.86
4	.100	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94
	.050	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00
	.010	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66
	.001	74.14	61.25	56.18	53.44	51.71	50.53	49.66	49.00	48.47
5	.100	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32
	.050	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77
	.010	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16
	.001	47.18	37.12	33.20	31.09	29.75	28.83	28.16	27.65	27.24
6	.100	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96
	.050	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10
	.010	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98
	.001	35.51	27.00	23.70	21.92	20.80	20.03	19.46	19.03	18.69
7	.100	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72
	.050	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
	.010	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72
	.001	29.25	21.69	18.77	17.20	16.21	15.52	15.02	14.63	14.33
8	.100	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56
	.050	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39
	.010	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91
	.001	25.41	18.49	15.83	14.39	13.48	12.86	12.40	12.05	11.77
9	.100	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44
	.050	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18
	.010	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35
	.001	22.86	16.39	13.90	12.56	11.71	11.13	10.70	10.37	10.11
10	.100	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35
	.050	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02
	.010	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94
	.001	21.04	14.91	12.55	11.28	10.48	9.93	9.52	9.20	8.96
11	.100	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27
	.050	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90
	.010	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63
	.001	19.69	13.81	11.56	10.35	9.58	9.05	8.66	8.35	8.12
12	.100	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21
	.050	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80
	.010	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39
	.001	18.64	12.97	10.80	9.63	8.89	8.38	8.00	7.71	7.48

(continued)

Table A.9 Critical Values for *F* Distributions (cont.)

$\nu_1 = \text{numerator df}$										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
60.19	60.71	61.22	61.74	62.05	62.26	62.53	62.69	62.79	63.06	63.30
241.88	243.91	245.95	248.01	249.26	250.10	251.14	251.77	252.20	253.25	254.19
6055.80	6106.30	6157.30	6208.70	6239.80	6260.60	6286.80	6302.50	6313.00	6339.40	6362.70
605,621	610,668	615,764	620,908	624,017	626,099	628,712	630,285	631,337	633,972	636,301
9.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.47	9.48	9.49
19.40	19.41	19.43	19.45	19.46	19.46	19.47	19.48	19.48	19.49	19.49
99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.48	99.49	99.50
999.40	999.42	999.43	999.45	999.46	999.47	999.47	999.48	999.48	999.49	999.50
5.23	5.23	5.24	5.18	5.17	5.17	5.16	5.15	5.15	5.14	5.13
8.79	8.74	8.70	8.66	8.63	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.53
27.23	27.05	26.87	26.69	26.58	26.50	26.41	26.35	26.32	26.22	26.14
129.25	128.32	127.37	126.42	125.84	125.45	124.96	124.66	124.47	123.97	123.53
3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.76
5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.63
14.55	14.37	14.20	14.02	13.91	13.84	13.75	13.69	13.65	13.56	13.47
48.05	47.41	46.76	46.10	45.70	45.43	45.09	44.88	44.75	44.40	44.09
3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.14	3.12	3.11
4.74	4.68	4.62	4.56	4.52	4.50	4.46	4.44	4.43	4.40	4.37
10.05	9.89	9.72	9.55	9.45	9.38	9.29	9.24	9.20	9.11	9.03
26.92	26.42	25.91	25.39	25.08	24.87	24.60	24.44	24.33	24.06	23.82
2.94	2.90	2.87	2.84	2.81	2.80	2.78	2.77	2.76	2.74	2.72
4.06	4.00	3.94	3.87	3.83	3.81	3.77	3.75	3.74	3.70	3.67
7.87	7.72	7.56	7.40	7.30	7.23	7.14	7.09	7.06	6.97	6.89
18.41	17.99	17.56	17.12	16.85	16.67	16.44	16.31	16.21	15.98	15.77
2.70	2.67	2.63	2.59	2.57	2.56	2.54	2.52	2.51	2.49	2.47
3.64	3.57	3.51	3.44	3.40	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.23
6.62	6.47	6.31	6.16	6.06	5.99	5.91	5.86	5.82	5.74	5.66
14.08	13.71	13.32	12.93	12.69	12.53	12.33	12.29	12.12	11.91	11.72
2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.32	2.30
3.35	3.28	3.22	3.15	3.11	3.08	3.04	3.02	3.01	2.97	2.93
5.81	5.67	5.52	5.36	5.26	5.20	5.12	5.07	5.03	4.95	4.87
11.54	11.19	10.84	10.48	10.26	10.11	9.92	9.80	9.73	9.53	9.36
2.42	2.38	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.22	2.21	2.18	2.16
3.14	3.07	3.01	2.94	2.89	2.86	2.83	2.80	2.79	2.75	2.71
5.26	5.11	4.96	4.81	4.71	4.65	4.57	4.52	4.48	4.40	4.32
9.89	9.57	9.24	8.90	8.69	8.55	8.37	8.26	8.19	8.00	7.84
2.32	2.28	2.24	2.20	2.17	2.16	2.13	2.12	2.11	2.08	2.06
2.98	2.91	2.85	2.77	2.73	2.70	2.66	2.64	2.62	2.58	2.54
4.85	4.71	4.56	4.41	4.31	4.25	4.17	4.12	4.08	4.00	3.92
8.75	8.45	8.13	7.80	7.60	7.47	7.30	7.19	7.12	6.94	6.78
2.25	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.04	2.03	2.00	1.98
2.85	2.79	2.72	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.49	2.45	2.41
4.54	4.40	4.25	4.10	4.01	3.94	3.86	3.81	3.78	3.69	3.61
7.92	7.63	7.32	7.01	6.81	6.68	6.52	6.42	6.35	6.18	6.02
2.19	2.15	2.10	2.06	2.03	2.01	1.99	1.97	1.96	1.93	1.91
2.75	2.69	2.62	2.54	2.50	2.47	2.43	2.40	2.38	2.34	2.30
4.30	4.16	4.01	3.86	3.76	3.70	3.62	3.57	3.54	3.45	3.37
7.29	7.00	6.71	6.40	6.22	6.09	5.93	5.83	5.76	5.59	5.44

(continued)

A-16 Appendix Tables

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

		ν_1 = numerator df								
α		1	2	3	4	5	6	7	8	9
ν_2 = denominator df	13	.100	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.16
		.050	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.71
		.010	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.19
		.001	17.82	12.31	10.21	9.07	8.35	7.86	7.49	6.98
	14	.100	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.12
		.050	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.65
		.010	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.03
		.001	17.14	11.78	9.73	8.62	7.92	7.44	7.08	6.58
	15	.100	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.09
		.050	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.59
		.010	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	3.89
		.001	16.59	11.34	9.34	8.25	7.57	7.09	6.74	6.26
	16	.100	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.06
		.050	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.54
		.010	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.78
		.001	16.12	10.97	9.01	7.94	7.27	6.80	6.46	5.98
	17	.100	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.03
		.050	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55
		.010	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.68
		.001	15.72	10.66	8.73	7.68	7.02	6.56	6.22	5.75
	18	.100	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.00
		.050	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.46
		.010	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.60
		.001	15.38	10.39	8.49	7.46	6.81	6.35	6.02	5.56
	19	.100	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	1.98
		.050	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.42
		.010	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.52
		.001	15.08	10.16	8.28	7.27	6.62	6.18	5.85	5.39
	20	.100	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	1.96
		.050	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.39
		.010	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.46
		.001	14.82	9.95	8.10	7.10	6.46	6.02	5.69	5.24
	21	.100	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.95
		.050	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.37
		.010	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.40
		.001	14.59	9.77	7.94	6.95	6.32	5.88	5.56	5.11
	22	.100	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.93
		.050	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.34
		.010	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.35
		.001	14.38	9.61	7.80	6.81	6.19	5.76	5.44	4.99
	23	.100	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.92
		.050	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.32
		.010	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.30
		.001	14.20	9.47	7.67	6.70	6.08	5.65	5.33	4.89
	24	.100	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.91
		.050	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.30
		.010	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.26
		.001	14.03	9.34	7.55	6.59	5.98	5.55	5.23	4.80

(continued)

Table A.9 Critical Values for *F* Distributions (cont.)

ν_1 = numerator df										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
2.14	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.92	1.90	1.88	1.85
2.67	2.60	2.53	2.46	2.41	2.38	2.34	2.31	2.30	2.25	2.21
4.10	3.96	3.82	3.66	3.57	3.51	3.43	3.38	3.34	3.25	3.18
6.80	6.52	6.23	5.93	5.75	5.63	5.47	5.37	5.30	5.14	4.99
2.10	2.05	2.01	1.96	1.93	1.91	1.89	1.87	1.86	1.83	1.80
2.60	2.53	2.46	2.39	2.34	2.31	2.27	2.24	2.22	2.18	2.14
3.94	3.80	3.66	3.51	3.41	3.35	3.27	3.22	3.18	3.09	3.02
6.40	6.13	5.85	5.56	5.38	5.25	5.10	5.00	4.94	4.77	4.62
2.06	2.02	1.97	1.92	1.89	1.87	1.85	1.83	1.82	1.79	1.76
2.54	2.48	2.40	2.33	2.28	2.25	2.20	2.18	2.16	2.11	2.07
3.80	3.67	3.52	3.37	3.28	3.21	3.13	3.08	3.05	2.96	2.88
6.08	5.81	5.54	5.25	5.07	4.95	4.80	4.70	4.64	4.47	4.33
2.03	1.99	1.94	1.89	1.86	1.84	1.81	1.79	1.78	1.75	1.72
2.49	2.42	2.35	2.28	2.23	2.19	2.15	2.12	2.11	2.06	2.02
3.69	3.55	3.41	3.26	3.16	3.10	3.02	2.97	2.93	2.84	2.76
5.81	5.55	5.27	4.99	4.82	4.70	4.54	4.45	4.39	4.23	4.08
2.00	1.96	1.91	1.86	1.83	1.81	1.78	1.76	1.75	1.72	1.69
2.45	2.38	2.31	2.23	2.18	2.15	2.10	2.08	2.06	2.01	1.97
3.59	3.46	3.31	3.16	3.07	3.00	2.92	2.87	2.83	2.75	2.66
5.58	5.32	5.05	4.78	4.60	4.48	4.33	4.24	4.18	4.02	3.87
1.98	1.93	1.89	1.84	1.80	1.78	1.75	1.74	1.72	1.69	1.66
2.41	2.34	2.27	2.19	2.14	2.11	2.06	2.04	2.02	1.97	1.92
3.51	3.37	3.23	3.08	2.98	2.92	2.84	2.78	2.75	2.66	2.58
5.39	5.13	4.87	4.59	4.42	4.30	4.15	4.06	4.00	3.84	3.69
1.96	1.91	1.86	1.81	1.78	1.76	1.73	1.71	1.70	1.67	1.64
2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.93	1.88
3.43	3.30	3.15	3.00	2.91	2.84	2.76	2.71	2.67	2.58	2.50
5.22	4.97	4.70	4.43	4.26	4.14	3.99	3.90	3.84	3.68	3.53
1.94	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.71	1.69	1.68	1.64	1.61
2.35	2.28	2.20	2.12	2.07	2.04	1.99	1.97	1.95	1.90	1.85
3.37	3.23	3.09	2.94	2.84	2.78	2.69	2.64	2.61	2.52	2.43
5.08	4.82	4.56	4.29	4.12	4.00	3.86	3.77	3.70	3.54	3.40
1.92	1.87	1.83	1.78	1.74	1.72	1.69	1.67	1.66	1.62	1.59
2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.92	1.87	1.82
3.31	3.17	3.03	2.88	2.79	2.72	2.64	2.58	2.55	2.46	2.37
4.95	4.70	4.44	4.17	4.00	3.88	3.74	3.64	3.58	3.42	3.28
1.90	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.65	1.64	1.60	1.57
2.30	2.23	2.15	2.07	2.02	1.98	1.94	1.91	1.89	1.84	1.79
3.26	3.12	2.98	2.83	2.73	2.67	2.58	2.53	2.50	2.40	2.32
4.83	4.58	4.33	4.06	3.89	3.78	3.63	3.54	3.48	3.32	3.17
1.89	1.84	1.80	1.74	1.71	1.69	1.66	1.64	1.62	1.59	1.55
2.27	2.20	2.13	2.05	2.00	1.96	1.91	1.88	1.86	1.81	1.76
3.21	3.07	2.93	2.78	2.69	2.62	2.54	2.48	2.45	2.35	2.27
4.73	4.48	4.23	3.96	3.79	3.68	3.53	3.44	3.38	3.22	3.08
1.88	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.57	1.54
2.25	2.18	2.11	2.03	1.97	1.94	1.89	1.86	1.84	1.79	1.74
3.17	3.03	2.89	2.74	2.64	2.58	2.49	2.44	2.40	2.31	2.22
4.64	4.39	4.14	3.87	3.71	3.59	3.45	3.36	3.29	3.14	2.99

(continued)

A-18 Appendix Tables

Table A.9 Critical Values for *F* Distributions (cont.)

		$\nu_1 = \text{numerator df}$									
α		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
$\nu_2 = \text{denominator df}$	25	.100	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89
		.050	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28
		.010	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22
		.001	13.88	9.22	7.45	6.49	5.89	5.46	5.15	4.91	4.71
	26	.100	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88
		.050	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27
		.010	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18
		.001	13.74	9.12	7.36	6.41	5.80	5.38	5.07	4.83	4.64
	27	.100	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87
		.050	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25
		.010	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15
		.001	13.61	9.02	7.27	6.33	5.73	5.31	5.00	4.76	4.57
	28	.100	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87
		.050	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24
		.010	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12
		.001	13.50	8.93	7.19	6.25	5.66	5.24	4.93	4.69	4.50
	29	.100	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86
		.050	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22
		.010	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09
		.001	13.39	8.85	7.12	6.19	5.59	5.18	4.87	4.64	4.45
	30	.100	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85
		.050	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21
		.010	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07
		.001	13.29	8.77	7.05	6.12	5.53	5.12	4.82	4.58	4.39
	40	.100	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79
		.050	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12
		.010	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89
		.001	12.61	8.25	6.59	5.70	5.13	4.73	4.44	4.21	4.02
	50	.100	2.81	2.41	2.20	2.06	1.97	1.90	1.84	1.80	1.76
		.050	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07
		.010	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.78
		.001	12.22	7.96	6.34	5.46	4.90	4.51	4.22	4.00	3.82
	60	.100	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74
		.050	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04
		.010	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72
		.001	11.97	7.77	6.17	5.31	4.76	4.37	4.09	3.86	3.69
	100	.100	2.76	2.36	2.14	2.00	1.91	1.83	1.78	1.73	1.69
		.050	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97
		.010	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59
		.001	11.50	7.41	5.86	5.02	4.48	4.11	3.83	3.61	3.44
	200	.100	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66
		.050	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93
		.010	6.75	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50
		.001	11.15	7.15	5.63	4.81	4.29	3.92	3.65	3.43	3.26
	1000	.100	2.71	2.31	2.09	1.95	1.85	1.78	1.72	1.68	1.64
		.050	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89
		.010	6.66	4.63	3.80	3.34	3.04	2.82	2.66	2.53	2.43
		.001	10.89	6.96	5.46	4.65	4.14	3.78	3.51	3.30	3.13

(continued)

Table A.9 Critical Values for *F* Distributions (cont.)

ν_1 = numerator df										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
1.87	1.82	1.77	1.72	1.68	1.66	1.63	1.61	1.59	1.56	1.52
2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.84	1.82	1.77	1.72
3.13	2.99	2.85	2.70	2.60	2.54	2.45	2.40	2.36	2.27	2.18
4.56	4.31	4.06	3.79	3.63	3.52	3.37	3.28	3.22	3.06	2.91
1.86	1.81	1.76	1.71	1.67	1.65	1.61	1.59	1.58	1.54	1.51
2.22	2.15	2.07	1.99	1.94	1.90	1.85	1.82	1.80	1.75	1.70
3.09	2.96	2.81	2.66	2.57	2.50	2.42	2.36	2.33	2.23	2.14
4.48	4.24	3.99	3.72	3.56	3.44	3.30	3.21	3.15	2.99	2.84
1.85	1.80	1.75	1.70	1.66	1.64	1.60	1.58	1.57	1.53	1.50
2.20	2.13	2.06	1.97	1.92	1.88	1.84	1.81	1.79	1.73	1.68
3.06	2.93	2.78	2.63	2.54	2.47	2.38	2.33	2.29	2.20	2.11
4.41	4.17	3.92	3.66	3.49	3.38	3.23	3.14	3.08	2.92	2.78
1.84	1.79	1.74	1.69	1.65	1.63	1.59	1.57	1.56	1.52	1.48
2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.77	1.71	1.66
3.03	2.90	2.75	2.60	2.51	2.44	2.35	2.30	2.26	2.17	2.08
4.35	4.11	3.86	3.60	3.43	3.32	3.18	3.09	3.02	2.86	2.72
1.83	1.78	1.73	1.68	1.64	1.62	1.58	1.56	1.55	1.51	1.47
2.18	2.10	2.03	1.94	1.89	1.85	1.81	1.77	1.75	1.70	1.65
3.00	2.87	2.73	2.57	2.48	2.41	2.33	2.27	2.23	2.14	2.05
4.29	4.05	3.80	3.54	3.38	3.27	3.12	3.03	2.97	2.81	2.66
1.82	1.77	1.72	1.67	1.63	1.61	1.57	1.55	1.54	1.50	1.46
2.16	2.09	2.01	1.93	1.88	1.84	1.79	1.76	1.74	1.68	1.63
2.98	2.84	2.70	2.55	2.45	2.39	2.30	2.25	2.21	2.11	2.02
4.24	4.00	3.75	3.49	3.33	3.22	3.07	2.98	2.92	2.76	2.61
1.76	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.48	1.47	1.42	1.38
2.08	2.00	1.92	1.84	1.78	1.74	1.69	1.66	1.64	1.58	1.52
2.80	2.66	2.52	2.37	2.27	2.20	2.11	2.06	2.02	1.92	1.82
3.87	3.64	3.40	3.14	2.98	2.87	2.73	2.64	2.57	2.41	2.25
1.73	1.68	1.63	1.57	1.53	1.50	1.46	1.44	1.42	1.38	1.33
2.03	1.95	1.87	1.78	1.73	1.69	1.63	1.60	1.58	1.51	1.45
2.70	2.56	2.42	2.27	2.17	2.10	2.01	1.95	1.91	1.80	1.70
3.67	3.44	3.20	2.95	2.79	2.68	2.53	2.44	2.38	2.21	2.05
1.71	1.66	1.60	1.54	1.50	1.48	1.44	1.41	1.40	1.35	1.30
1.99	1.92	1.84	1.75	1.69	1.65	1.59	1.56	1.53	1.47	1.40
2.63	2.50	2.35	2.20	2.10	2.03	1.94	1.88	1.84	1.73	1.62
3.54	3.32	3.08	2.83	2.67	2.55	2.41	2.32	2.25	2.08	1.92
1.66	1.61	1.56	1.49	1.45	1.42	1.38	1.35	1.34	1.28	1.22
1.93	1.85	1.77	1.68	1.62	1.57	1.52	1.48	1.45	1.38	1.30
2.50	2.37	2.22	2.07	1.97	1.89	1.80	1.74	1.69	1.57	1.45
3.30	3.07	2.84	2.59	2.43	2.32	2.17	2.08	2.01	1.83	1.64
1.63	1.58	1.52	1.46	1.41	1.38	1.34	1.31	1.29	1.23	1.16
1.88	1.80	1.72	1.62	1.56	1.52	1.46	1.41	1.39	1.30	1.21
2.41	2.27	2.13	1.97	1.87	1.79	1.69	1.63	1.58	1.45	1.30
3.12	2.90	2.67	2.42	2.26	2.15	2.00	1.90	1.83	1.64	1.43
1.61	1.55	1.49	1.43	1.38	1.35	1.30	1.27	1.25	1.18	1.08
1.84	1.76	1.68	1.58	1.52	1.47	1.41	1.36	1.33	1.24	1.11
2.34	2.20	2.06	1.90	1.79	1.72	1.61	1.54	1.50	1.35	1.16
2.99	2.77	2.54	2.30	2.14	2.02	1.87	1.77	1.69	1.49	1.22

Table A.10 Critical Values for Studentized Range Distributions

v	α	m										
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
5	.05	3.64	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80	6.99	7.17	7.32
	.01	5.70	6.98	7.80	8.42	8.91	9.32	9.67	9.97	10.24	10.48	10.70
6	.05	3.46	4.34	4.90	5.30	5.63	5.90	6.12	6.32	6.49	6.65	6.79
	.01	5.24	6.33	7.03	7.56	7.97	8.32	8.61	8.87	9.10	9.30	9.48
7	.05	3.34	4.16	4.68	5.06	5.36	5.61	5.82	6.00	6.16	6.30	6.43
	.01	4.95	5.92	6.54	7.01	7.37	7.68	7.94	8.17	8.37	8.55	8.71
8	.05	3.26	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	5.92	6.05	6.18
	.01	4.75	5.64	6.20	6.62	6.96	7.24	7.47	7.68	7.86	8.03	8.18
9	.05	3.20	3.95	4.41	4.76	5.02	5.24	5.43	5.59	5.74	5.87	5.98
	.01	4.60	5.43	5.96	6.35	6.66	6.91	7.13	7.33	7.49	7.65	7.78
10	.05	3.15	3.88	4.33	4.65	4.91	5.12	5.30	5.46	5.60	5.72	5.83
	.01	4.48	5.27	5.77	6.14	6.43	6.67	6.87	7.05	7.21	7.36	7.49
11	.05	3.11	3.82	4.26	4.57	4.82	5.03	5.20	5.35	5.49	5.61	5.71
	.01	4.39	5.15	5.62	5.97	6.25	6.48	6.67	6.84	6.99	7.13	7.25
12	.05	3.08	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27	5.39	5.51	5.61
	.01	4.32	5.05	5.50	5.84	6.10	6.32	6.51	6.67	6.81	6.94	7.06
13	.05	3.06	3.73	4.15	4.45	4.69	4.88	5.05	5.19	5.32	5.43	5.53
	.01	4.26	4.96	5.40	5.73	5.98	6.19	6.37	6.53	6.67	6.79	6.90
14	.05	3.03	3.70	4.11	4.41	4.64	4.83	4.99	5.13	5.25	5.36	5.46
	.01	4.21	4.89	5.32	5.63	5.88	6.08	6.26	6.41	6.54	6.66	6.77
15	.05	3.01	3.67	4.08	4.37	4.59	4.78	4.94	5.08	5.20	5.31	5.40
	.01	4.17	4.84	5.25	5.56	5.80	5.99	6.16	6.31	6.44	6.55	6.66
16	.05	3.00	3.65	4.05	4.33	4.56	4.74	4.90	5.03	5.15	5.26	5.35
	.01	4.13	4.79	5.19	5.49	5.72	5.92	6.08	6.22	6.35	6.46	6.56
17	.05	2.98	3.63	4.02	4.30	4.52	4.70	4.86	4.99	5.11	5.21	5.31
	.01	4.10	4.74	5.14	5.43	5.66	5.85	6.01	6.15	6.27	6.38	6.48
18	.05	2.97	3.61	4.00	4.28	4.49	4.67	4.82	4.96	5.07	5.17	5.27
	.01	4.07	4.70	5.09	5.38	5.60	5.79	5.94	6.08	6.20	6.31	6.41
19	.05	2.96	3.59	3.98	4.25	4.47	4.65	4.79	4.92	5.04	5.14	5.23
	.01	4.05	4.67	5.05	5.33	5.55	5.73	5.89	6.02	6.14	6.25	6.34
20	.05	2.95	3.58	3.96	4.23	4.45	4.62	4.77	4.90	5.01	5.11	5.20
	.01	4.02	4.64	5.02	5.29	5.51	5.69	5.84	5.97	6.09	6.19	6.28
24	.05	2.92	3.53	3.90	4.17	4.37	4.54	4.68	4.81	4.92	5.01	5.10
	.01	3.96	4.55	4.91	5.17	5.37	5.54	5.69	5.81	5.92	6.02	6.11
30	.05	2.89	3.49	3.85	4.10	4.30	4.46	4.60	4.72	4.82	4.92	5.00
	.01	3.89	4.45	4.80	5.05	5.24	5.40	5.54	5.65	5.76	5.85	5.93
40	.05	2.86	3.44	3.79	4.04	4.23	4.39	4.52	4.63	4.73	4.82	4.90
	.01	3.82	4.37	4.70	4.93	5.11	5.26	5.39	5.50	5.60	5.69	5.76
60	.05	2.83	3.40	3.74	3.98	4.16	4.31	4.44	4.55	4.65	4.73	4.81
	.01	3.76	4.28	4.59	4.82	4.99	5.13	5.25	5.36	5.45	5.53	5.60
120	.05	2.80	3.36	3.68	3.92	4.10	4.24	4.36	4.47	4.56	4.64	4.71
	.01	3.70	4.20	4.50	4.71	4.87	5.01	5.12	5.21	5.30	5.37	5.44
	.05	2.77	3.31	3.63	3.86	4.03	4.17	4.29	4.39	4.47	4.55	4.62
	.01	3.64	4.12	4.40	4.60	4.76	4.88	4.99	5.08	5.16	5.23	5.29